

ISSN 1898-6447

Uniwersytet  
Ekonomiczny  
w Krakowie

# Zeszyty Naukowe

Cracow Review  
of Economics  
and Management

Nr 1 (949)

Kraków 2016



Uniwersytet  
Ekonomiczny  
w Krakowie

# Zeszyty Naukowe

Cracow Review  
of Economics  
and Management

Nr 1 (949)

Kraków 2016

## Rada Naukowa

*Andrzej Antoszewski* (Polska), *Slavko Arsovski* (Serbia), *Josef Arlt* (Czechy),  
*Daniel Baier* (Niemcy), *Hans-Hermann Bock* (Niemcy), *Ryszard Borowiecki* (Polska),  
*Giovanni Lagioia* (Włochy), *Tadeusz Markowski* (Polska), *Martin Mizla* (Słowacja),  
*David Ost* (USA), *Józef Pociecha* (Polska)

## Komitet Redakcyjny

*Janusz Czekał*, *Jerzy Kornaś*, *Ryszard Kowalski* (sekretarz), *Barbara Pawełek*,  
*Aleksy Poczowski* (redaktor naczelny), *Krystyna Przybylska*, *Tadeusz Sikora*,  
*Grzegorz Strupczewski* (sekretarz), *Wanda Sułkowska*, *Angelika Wodecka-Hyjek* (sekretarz)

## Redaktor statystyczny

*Paweł Ulman*

## Redaktorzy Wydawnictwa

*Monika Rusin*, *Seth Stevens* (streszczenia w j. angielskim)

## Projekt okładki i układ graficzny tekstu

*Marcin Sokołowski*

Streszczenia artykułów są dostępne w międzynarodowej bazie danych  
The Central European Journal of Social Sciences and Humanities  
<http://cejsh.icm.edu.pl> oraz w Central and Eastern European Online Library  
[www.ceeol.com](http://www.ceeol.com), a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych  
i pokrewnych BazEkon [http://kangur.uek.krakow.pl/bazy\\_ae/bazekon/nowy/index.php](http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php)

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie, Kraków 2016

ISSN 1898-6447

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Teksty artykułów są dostępne na stronie internetowej: [www.zeszyty-naukowe.uek.krakow.pl](http://www.zeszyty-naukowe.uek.krakow.pl)  
oraz w bazie CEEOL ([www.ceeol.com](http://www.ceeol.com))

Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie  
31-510 Kraków, ul. Rakowicka 27, tel. 12 293 57 42, e-mail: [wydaw@uek.krakow.pl](mailto:wydaw@uek.krakow.pl)

Zakład Poligraficzny Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie  
31-510 Kraków, ul. Rakowicka 27

Objętość 6,6 ark. wyd.  
Zam. 110/2016

# Spis treści

Grażyna Dehnel, Elżbieta Gołata <b>M-estymacja w badaniu małych przedsiębiorstw</b> .....	5
Jadwiga Kostrzevska, Barbara Pawełek, Artur Lipieta <b>Problem wartości odstających w badaniu kondycji finansowej przedsiębiorstw budowlanych w Polsce</b> .....	23
Anna Jędrzychowska, Radosław Pietrzyk <b>Miarkowanie odszkodowania za utracone dochody z wykorzystaniem prognozy dochodów</b> .....	43
Jacek Batóg <b>Ekonometryczna analiza wpływu kryzysu gospodarczego na zadłużenie publiczne w krajach Unii Europejskiej</b> .....	59
Iwona Foryś, Barbara Batóg <b>Badanie aktywności deweloperów na polskim rynku mieszkaniowym z wykorzystaniem metody analogii czasowo-przestrzennych</b> .....	71
Katarzyna Frodyma <b>Przestrzenno-czasowa analiza dynamiki udziału energii ze źródeł odnawialnych w końcowym zużyciu energii w Unii Europejskiej</b> .....	89
Marcin Miczka <b>Zarządzanie ryzykiem w systemach intelligent manufacturing z zastosowaniem analizy bayesowskiej</b> .....	107



*Grażyna Dehnel*

*Elżbieta Gołata*

Katedra Statystyki

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

# M-estymacja w badaniu małych przedsiębiorstw\*

## Streszczenie

W wielu badaniach z zakresu statystyki gospodarczej liczebność próby jest na tyle duża, że obserwacje odstające mają stosunkowo niewielki wpływ na wartości szacowanych parametrów. W badaniach prowadzonych na niskim poziomie agregacji w ramach statystyki krótkookresowej obecność obserwacji odstających może być jednak znacząca. Z tego powodu w przypadku populacji takich jak populacja przedsiębiorstw obok podejścia klasycznego w badaniach powinien być uwzględniany nurt metod odpornych na występowanie jednostek nietypowych. W literaturze przedmiotu zaproponowano wiele alternatywnych metod estymacji mniej wrażliwych na wartości odstające. W opracowaniu weryfikacji empirycznej poddano jedną z nich – *M*-estymację. Celem analizy była ocena jej użyteczności w odniesieniu do badania małych przedsiębiorstw.

**Słowa kluczowe:** regresja odporna, *M*-estymacja, statystyka przedsiębiorstw, obserwacje odstające.

## 1. Wprowadzenie

Założenia dotyczące rozkładów jednostek według badanych cech, które muszą być spełnione w przypadku stosowania metody najmniejszych kwadratów, zostały precyzyjnie określone. Ich niezachowanie prowadzi do obciążenia szaco-

---

\* Artykuł powstał w ramach realizacji projektu sfinansowanego ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2015/17/B/HS4/00905.

wanego modelu. Problemy dotyczące niespełnienia wymaganych założeń można rozwiązać, dokonując transformacji zmiennych. Transformacja nie jest jednak wystarczającym rozwiązaniem w przypadku obecności obserwacji nietypowych. Nie zawsze bowiem prowadzi do wyeliminowania, czy chociaż złagodzenia ich oddziaływania obciążającego szacunek parametrów modelu. W takiej sytuacji regresja odporna, która może wykluczyć wpływ obserwacji odstających, stanowi propozycję godną rozważenia. W praktyce badań statystycznych dość często napotykamy populacje, które charakteryzują się obecnością obserwacji nietypowych. Zaproponowanych zostało wiele metod badawczych, które mają na celu złagodzenie wpływu jednostek odstających.

W literaturze przedmiotu metody te podzielono na trzy grupy [Cox i in. 1995]:

- 1) zmieniające wartości obserwacji odstających (*winsorization, trimming*),
- 2) redukujące wagi obserwacji odstających,
- 3) techniki estymacji (regresji) odpornej.

Metody zaliczane do pierwszej grupy należą do najprostszych, rzadziej dziś stosowanych. Metody wchodzące w skład drugiej grupy wykorzystywane są przede wszystkim w badaniach próbkowych. Pozwalają one na modyfikację wag wynikających z przyjętego schematu losowania próby. Metody zaliczane do trzeciej grupy, czyli techniki estymacji odpornej, w ostatnich latach coraz bardziej zyskują na znaczeniu. Wśród nich wyróżnić można  $M$ -estymację,  $S$ -estymację czy  $MM$ -estymację. Wiele z nich zostało opracowanych już w latach 70. i 80. XX w., z tego względu jednak, że wymagają one podejścia iteracyjnego, stosowanie ich było ograniczone, gdyż wiązało się m.in. z długim czasem obliczeń. Obecnie dostępne są pakiety statystyczne umożliwiające łatwą implementację metod. Wzrost zainteresowania technikami regresji odpornej wynika również z tego, że ich zastosowanie, w przeciwieństwie do innych metod, nie wymaga wcześniejszej detekcji obserwacji odstających.

Prowadząc badanie z wykorzystaniem technik regresji odpornej, stajemy przed koniecznością dokonania wyboru takiej metody, której zastosowanie pozwoli osiągnąć najlepszy kompromis pomiędzy obciążeniem szacunków a ich efektywnością. W wyborze kierować należy się własnościami poszczególnych metod, które zostały sformułowane m.in. w literaturze przedmiotu [Holland i Welsch 1977, Huber 1981, Hampel i in. 2011, Chen i Yin 2002], czy też na podstawie przeprowadzonych wcześniej badań empirycznych. Wybór metody wymusza konieczność podjęcia dalszych decyzji, ponieważ w ramach każdej z wyróżnionych metod stosowanych może być wiele podejść różniących się doбором parametrów lub wykorzystywanych funkcji.

W niniejszym artykule ograniczono się do analizy jednej z najczęściej stosowanych technik regresji odpornej, jaką jest  $M$ -estymacja. Celem badania było porównanie jakości szacunków otrzymanych w oparciu o pięć  $M$ -estymatorów,

w których do określenia wartości wag wykorzystano różne funkcje. Oceny estymacji dokonano na podstawie badania empirycznego, w którym wykorzystano dane dotyczące małych przedsiębiorstw działających w ramach sekcji PKD „Transport i gospodarka magazynowa”.

## 2. M-estymacja

M-estymacja reprezentuje grupę regresyjnych odpornych estymatorów tzw. pierwszej generacji. Estymator  $M$  został wprowadzony przez P.J. Hubera w 1964 r. [Huber 1964] jako odporny na obserwacje nietypowe odpowiednik podejścia reprezentowanego przez metodę najmniejszych kwadratów. Minimalizuje on funkcję straty  $\rho(\cdot)$ :

$$\hat{\theta}_M = \arg \min_{\theta} \sum_{i=1}^n \rho \left( \frac{r_i}{s}(\theta) \right), \quad r_i = y_i - X\theta, \quad (1)$$

gdzie:

- $\rho$  – funkcja celu,
- $s$  – parametr skali.

Zakładając, że parametr skali  $s$  jest znany, oszacowanie estymatora  $\theta_M$  otrzymujemy przez rozwiązanie układu  $p$  równań normalnych ze względu na wektor  $\theta$ , rozpisanych jako iloczyn zmiennych niezależnych i pochodnych cząstkowych funkcji  $\rho$ :

$$\sum_{i=1}^n \Psi \left( \frac{y_i - \sum_{k=1}^p x_{ik} \theta_k}{s} \right) x_i = 0, \quad (2)$$

gdzie:

- $\Psi$  – pochodna funkcji  $\rho$ ,
- $p$  – liczba zmiennych  $x$ .

Zakłada się tutaj, że  $s$  jest znane. W celu rozwiązania równania (2) proponowane jest zastosowanie metody iteracyjnej ważonych najmniejszych kwadratów (IRLS) z wagami określonymi wzorem [Trzpiot 2013]:

$$w_i = \frac{\Psi \left( \frac{y_i - \sum_{k=1}^p x_{ik} \theta_k}{s} \right)}{\left( \frac{y_i - \sum_{k=1}^p x_{ik} \theta_k}{s} \right)}. \quad (3)$$



Szacunku początkowej wartości  $\hat{\theta}_0$  dokonujemy na podstawie KMNK. W każdej kolejnej iteracji  $t + 1$  wykorzystuje się wartości reszt oraz wag otrzymane w iteracji  $t$  aż do osiągnięcia zbieżności [Alma 2011].

Wartości wag zależne są od wyboru funkcji  $\Psi$  korespondującej z funkcją  $\rho$ . Doboru funkcji  $\Psi$  dokonujemy zatem m.in. w zależności od tego, jaką wagę chcemy przypisać obserwacjom odstającym. W literaturze przedmiotu proponowanych jest wiele podejść [Fair 1974, Holland i Welsch 1977, Hampel i in. 2011, Chen i Yin 2002, Banaś i Ligas 2014]. W celu przybliżenia ich własności, oceny przydatności oraz wpływu na wyniki szacunku w niniejszym artykule zastosowanych zostało pięć najczęściej wykorzystywanych w badaniach empirycznych funkcji: Andrewsa, Tukeya (*bisquare*), Cauchy’ego, Faira i Hampela (por. tabela 1):

Funkcja Andrewsa

$$W(x, c) = \begin{cases} \frac{\sin\left(\frac{x}{c}\right)}{\frac{x}{c}} & \text{jeżeli } |x| \leq \pi c, \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku,} \end{cases} \quad (4)$$

Funkcja Tukeya

$$W(x, c) = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{x}{c}\right)^2\right)^2 & \text{jeżeli } |x| \leq c, \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku,} \end{cases} \quad (5)$$

Funkcja Cauchy’ego

$$W(x, c) = \frac{1}{1 + \left(\frac{|x|}{c}\right)^2}, \quad (6)$$

Funkcja Faira

$$W(x, c) = \frac{1}{1 + \frac{|x|}{c}}, \quad (7)$$

Funkcja Hampela

$$W(x, a, b, c) = \begin{cases} 1 & |x| < a, \\ \frac{a}{|x|} & a < |x| \leq b, \\ \frac{a}{|x|} \frac{c - |x|}{c - b} & b < |x| \leq c, \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases} \quad (8)$$

Tabela 1. Przyjęte wartości parametrów funkcji

Funkcje wag	Wartości parametrów
Andrewsa	$c = 1,339$
Tukeya	$c = 4,685$
Cauchy'ego	$c = 2,385$
Faira	$c = 1,4$
Hampela	$a = 2, b = 4, c = 8$

Źródło: opracowanie własne na podstawie [User's Guide... 2014].

W praktycznych zastosowaniach parametr skali  $s$  jest nieznan. Z uwagi na to, że wartość wariancji resztowej pozostaje pod silnym wpływem obserwacji odstających, do szacunku parametru skali wykorzystywane są różne metody. Wśród najczęściej stosowanych wyróżnić można łatwy i odporny estymator parametru skali, jakim jest mediana odchyleń bezwzględnych (MAD) (względem pewnego przyjętego centrum) (por. [Trzpiot 2013]). Można go zastosować dla reszt bliskich zero, dla pozostających w pewnym otoczeniu albo dla reszt z odpornego dopasowania. Iteracyjnie szacuje się:

$$\hat{s}^{(m+1)} = \frac{\text{med}_{i=1}^n |y_i - x_i^T \hat{\theta}^{(m)}|}{\beta_0}, \quad (9)$$

gdzie:  $\beta_0 = \Phi^{-1}(0,75)$  jest stałą (por. [Hampel i in. 2011]).

$M$ -estymator jest odporny jedynie na obserwacje odstające w kierunku  $y$ , nie jest natomiast odporny na punkty wysokiej dźwigni. Wpływa to na zakres jego zastosowań. Stosowany jest bowiem często, ale w sytuacjach, w których punkty wysokiej dźwigni nie są problemem. Jego punkt załamania nie jest wysoki i wynosi  $1/n$ .

### 3. Charakterystyka badania empirycznego

*Miary wykorzystane do oceny szacunków otrzymanych w badaniu empirycznym*

W ocenie szacunków wykorzystano  $R^2$  – odporną wersję współczynnika determinacji (por. [Renaud i Victoria-Feser 2010]):

$$R^2 = \frac{\sum \rho\left(\frac{y_i - \hat{\mu}}{\hat{s}}\right) - \sum \rho\left(\frac{y_i - x_i^T \hat{\theta}}{\hat{s}}\right)}{\sum \rho\left(\frac{y_i - \hat{\mu}}{\hat{s}}\right)} \quad (10)$$

oraz  $D$  – odporną miarę jakości dopasowania modelu<sup>1</sup> (por. [Chen 2003]):

$$D = 2(\hat{s})^2 \sum \rho\left(\frac{y_i - x_i^T \hat{\theta}}{\hat{s}}\right), \quad (11)$$

gdzie:

- $\rho$  – funkcja celu,
- $\hat{\mu}$  – estymator parametru położenia,
- $\hat{s}$  – estymator parametru skali.

### Założenia badania

W badaniu empirycznym wykorzystano informacje pochodzące z badania przedsiębiorstw prowadzonego w ramach statystyki publicznej, oznaczonego symbolem *DGI*. Badanie to jest największym badaniem w Polsce zaliczanym do krótkookresowej statystyki gospodarczej. Objęte są nim przedsiębiorstwa, w których pracuje więcej niż 9 osób. Badanie dotyczy wszystkich średnich i dużych przedsiębiorstw oraz 10% małych. Prowadzone jest z częstotliwością miesięczną. Dostarcza ono informacji na temat takich zmiennych, jak: przychód, koszt, sprzedaż, transport, ceny, wynagrodzenia, obrót, pracujący, podatki i dotacje. W przeprowadzonym badaniu empirycznym ograniczono się do przedsiębiorstw małych i średnich (liczba pracujących zawiera się w przedziale od 10 do 250), które prowadziły działalność gospodarczą w grudniu 2011 r. Analizie poddano model, w którym jako zmienną zależną przyjęto przychód, zaś zmienną niezależną był koszt. Jako populację generalną przyjęto wszystkie małe i średnie przedsiębiorstwa biorące udział w badaniu *DGI*. Domeną studiów była jednostka powstała w wyniku uwzględnienia podziału na województwa i rodzaj prowadzonej działalności gospodarczej zgodnie z klasyfikacją NACE. W prezentacji wyników badania ograniczono się do 16 domen sekcji „Transport” w przekroju województw. Selekcji domen dokonano na podstawie wartości współczynnika determinacji charakteryzującego dobroć dopasowania modelu. Głównym celem wyboru domen do analizy było uwzględnienie tych jednostek, dla których wartości współczynnika determinacji charakteryzowały się dużą dyspersją. W przypadku sekcji PKD „Transport i gospodarka magazynowa” obszar zmienności zawierał się w granicach od 0,041 do 0,999 (por. tabela 3).

<sup>1</sup> W literaturze angielskojęzycznej określanej mianem: *the robust deviance*.

Pierwszym etapem analizy była ocena rozkładów przedsiębiorstw względem zmiennej „przychód” na podstawie informacji pochodzących z badania *DGI*. Wartości podstawowych charakterystyk, takich jak współczynnik zmienności (65%; 405%), skośność (0,27; 5,63), obszar zmienności (10 357 tys. PLN; 4 092 507 tys. PLN), wskazują na duże zróżnicowanie i bardzo silną asymetrię (por. tabela 2). Własności te przemawiają za użyciem metod uwzględniających obserwacje odstające. Ich obecność potwierdzona została na podstawie dwóch miar – RStudenta i statystyki D-Cooka [Rousseuw i Leroy 1987]:

RStudent

$$r_i^* = \frac{e_i}{\sqrt{MSE_i \cdot \sqrt{1-h_i}}}, \quad |r_i^*| \geq 3, \quad (12)$$

$$h_i = \frac{1}{n} + \frac{(X_i - \bar{X})^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}, \quad (13)$$

gdzie:

$MSE_i$  – średni kwadrat odchyłeń dla reszty po wyeliminowaniu  $i$ -tej obserwacji,

$h_i$  – odległość  $i$ -tej obserwacji od średniej wartości zmiennej  $X$ ,

Statystyka D-Cooka

$$D_i = \frac{e_i^2}{MSE(k+1)} \cdot \frac{h_i}{(1-h_i)^2}, \quad D_i > \frac{4}{n}. \quad (14)$$

Tabela 2. Charakterystyka statystyczna rozkładu zmiennej „przychód” (w tys. PLN) w małych i średnich przedsiębiorstwach stanowiących populację generalną w badaniu w przekroju województw, sekcja PKD „Transport i gospodarka magazynowa”, 2011 r.

Województwo	Minimum	Średnia	Mediana	Maximum	$Vx$ (%)	Skośność
Dolnośląskie	38	6 796	5 774	24 606	90	1,24
Kujawsko-pomorskie	622	6 935	4 563	25 200	100	1,45
Lubelskie	1 036	17 663	4 456	202 558	231	4,22
Lubuskie	553	56 246	5 938	751 871	303	3,99
Łódzkie	625	8 680	6 072	43 783	106	2,47
Małopolskie	37	21 612	5 649	417 352	327	5,62
Mazowieckie	491	146 475	11 776	4 092 998	405	5,63
Opolskie	1 125	9 173	6 073	25 034	89	0,91
Podkarpackie	758	5 298	5 278	11 115	72	0,27
Podlaskie	2 046	44 010	7 605	443 218	286	3,45
Pomorskie	26	10 459	4 621	64 424	138	2,38

cd. tabeli 2

Województwo	Minimum	Średnia	Mediana	Maximum	$V_x$ (%)	Skośność
Śląskie	778	20 700	6 712	384 637	261	5,55
Świętokrzyskie	131	8 187	3 776	49 336	143	2,52
Warmińsko-mazurskie	707	5 795	5 396	13 965	65	0,76
Wielkopolskie	805	9 412	6 863	40 564	98	1,87
Zachodniopomorskie	316	12 876	6 237	76 897	138	2,21

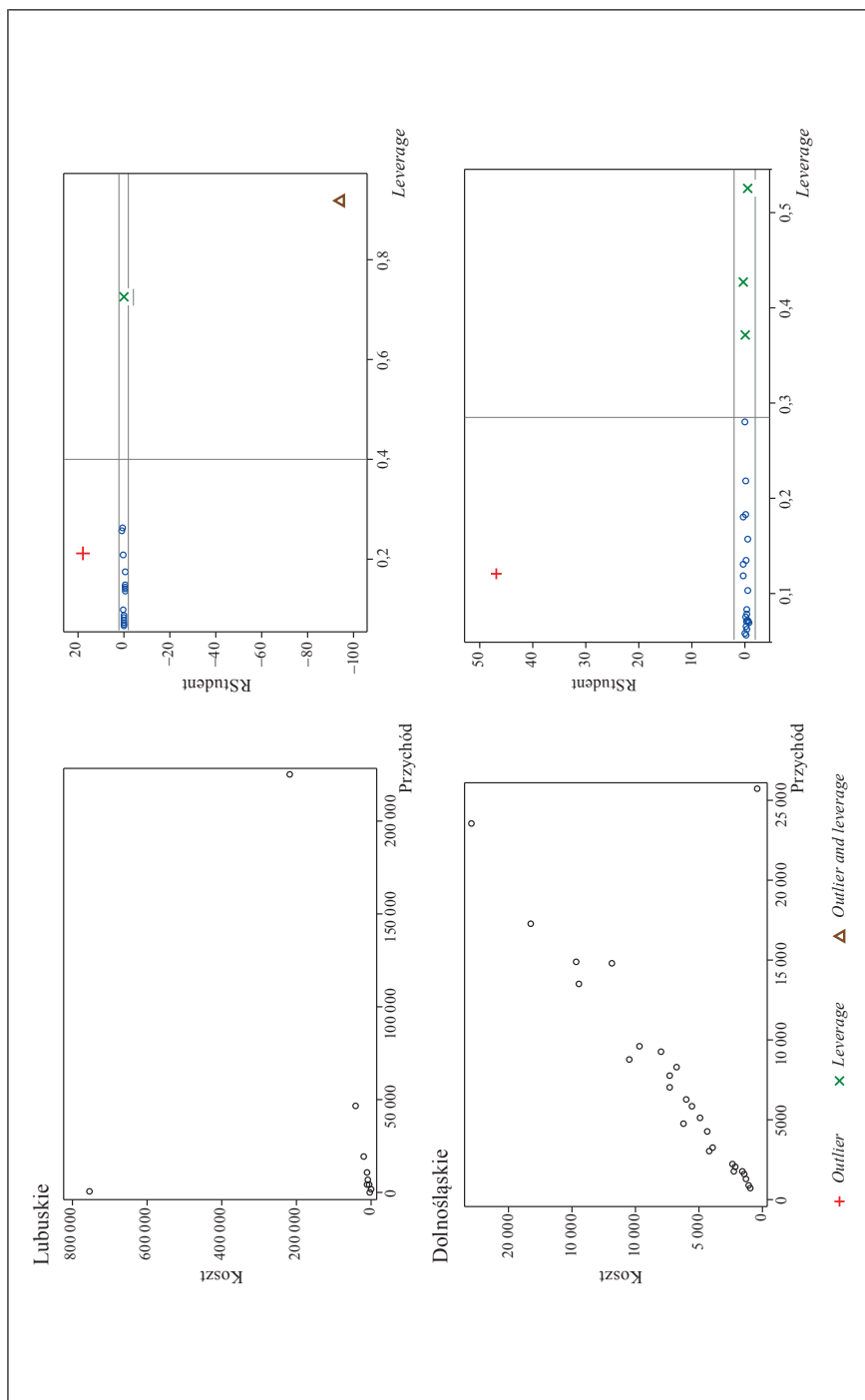
Źródło: opracowanie własne na podstawie wyników badania *DGI*, 2011.

Tabela 3. Charakterystyka statystyczna liczebności małych i średnich przedsiębiorstw stanowiących populację generalną w badaniu w przekroju województw, sekcja PKD „Transport i gospodarka magazynowa”, 2011 r.

Województwo	Liczebność populacji	Liczba obserwacji odstających	Odsetek obserwacji odstających	$R^2$
Dolnośląskie	28	1	3,6	0,498
Kujawsko-pomorskie	24	2	8,3	0,873
Lubelskie	25	2	8,0	0,986
Lubuskie	20	2	10,0	0,041
Łódzkie	30	2	6,7	0,989
Małopolskie	34	4	11,8	0,998
Mazowieckie	73	2	2,7	0,935
Opolskie	14	2	14,3	0,921
Podkarpackie	16	2	12,5	0,977
Podlaskie	12	2	16,7	0,999
Pomorskie	33	3	9,1	0,972
Śląskie	64	4	6,3	0,992
Świętokrzyskie	23	3	13,0	0,996
Warmińsko-mazurskie	13	2	15,4	0,888
Wielkopolskie	49	6	12,2	0,982
Zachodniopomorskie	30	2	6,7	0,910

Źródło: opracowanie własne na podstawie wyników badania *DGI*, 2011.

Liczbę, udział procentowy obserwacji odstających i  $R^2$  zaprezentowano w tabeli 3. Wartości współczynnika determinacji wskazują, że w przypadku liczniejszych sekcji nawet stosunkowo duża liczba obserwacji odstających niekoniecznie musi mieć wpływ na dopasowanie modelu. Z odwrotną sytuacją spotykamy się w sekcjach mniej licznie reprezentowanych, w których pojedyncze



Rys. 1. Obserwacje odstające w kierunku  $x$  (*leverage*) i  $y$  (*outlier*) w sekcji „Transport” w województwie dolnośląskim i lubuskim  
 Źródło: opracowanie własne na podstawie wyników badania DGI, 2011.

obserwacje odstające mogą mieć bardzo duży wpływ na jakość modelu. O mocy oddziaływania jednostek nietypowych decyduje bowiem poza ich liczbą także typ (obserwacje odstające w kierunku  $x$ , obserwacje odstające w kierunku  $y$ ) oraz odległość od jednostek typowych.

W prezentacji graficznej pozwalającej na ocenę typu obserwacji odstającej ograniczono się do domen o najmniejszej wartości współczynnika determinacji, tj. województwa dolnośląskiego i lubuskiego (por. rys. 1).

### *Wyniki empiryczne badania*

Celem badania było porównanie pięciu  $M$ -estymatorów wykorzystujących różne funkcje do określenia wartości wag pod względem dokładności dopasowania modelu, która była reprezentowana przez odporną wersję współczynnika determinacji  $R^2$  oraz odporną miarę jakości dopasowania modelu  $D$ .

Różnice w wartościach wyżej wskazanych parametrów otrzymanych dla poszczególnych rodzajów  $M$ -estymatorów odzwierciedlają wrażliwość na obecność różnych typów obserwacji odstających oraz odległość jednostek nietypowych od pozostałych, standardowych jednostek.

Analiza otrzymanych wyników skłania do wniosku, że wykorzystanie  $M$ -estymacji poprawia jakość dopasowania modelu tylko wtedy, gdy obecne są obserwacje odstające w kierunku  $y$ . Jeśli bliżej przyjrzymy się sekcji „Transport”, zauważymy, że zastosowanie  $M$ -estymacji ze względu na obecność punktów wysokiej dźwigni spowodowało spadek wartości współczynnika determinacji (w porównaniu z klasyczną metodą najmniejszych kwadratów) w prawie wszystkich województwach. Wyjątek stanowiło województwo dolnośląskie. Podobne wnioski można sformułować na podstawie wartości miary jakości dopasowania modelu  $D$  (por. tabela 4).

Najwyższe wartości współczynników determinacji i najniższe wartości charakterystyki  $D$  odnotowano dla funkcji Faira. W przypadku dwóch z zastosowanych funkcji wag – Andrewsa i Tukeya, jakość dopasowania modelu jest bardzo podobna. W pozostałych dwóch przypadkach, tzn. dla funkcji Cauchy’ego oraz Hampela, obserwujemy zdecydowanie niższe wartości współczynnika determinacji i wyższe odpornej miary  $D$ .

Zbadano także parametry modelu oraz wyznaczone dla nich przedziały ufności (por. tabela 5). Zarówno wartości estymatorów parametrów, jak i ich prezentacja graficzna wskazują na dużą zgodność oszacowań w przypadku wszystkich pięciu analizowanych funkcji wag (por. rys. 2 i 3). Dla dwóch województw – lubelskiego i mazursko-warmińskiego, oszacowania współczynnika kierunkowego są bardzo bliskie zera, co oznacza brak korelacji między zmiennymi. W pozostałych przypadkach wartość parametru kształtuje się na poziomie jedności.

Tabela 4. Wartości współczynnika determinacji  $R^2$  oraz odpornej miary  $D$  dla  $M$ -estymatorów wykorzystujących pięć funkcji wag

Województwo	$R^2$					$D$					
	KMNK	Andrewsa	Tukeya	Cauchy'ego	Faira	Hampela	Andrewsa	Tukeya	Cauchy'ego	Faira	Hampela
Dolnośląskie	0,498	0,714	0,717	0,465	0,719	0,661	14318591	14410404	83994151	26216260	53591708
Kujawsko-pomorskie	0,873	0,639	0,641	0,396	0,796	0,602	11188519	11328444	69794042	16593167	39605375
Lubelskie	0,986	0,704	0,708	0,538	0,926	0,654	4443005	4596902	32815603	17380736	25044638
Lubuskie	0,041	0,016	0,016	0,002	0,000	0,005	439610000	444240000	3752000000	2487400000	1912400000
Łódzkie	0,989	0,801	0,802	0,446	0,941	0,659	20233998	20227889	165710000	9334610	96765572
Małopolskie	0,998	0,660	0,661	0,478	0,949	0,575	18282788	18511594	115340000	25866721	74159780
Mazowieckie	0,935	0,613	0,614	0,420	0,836	0,548	321670000	322680000	2308600000	3124500000	1339000000
Opolskie	0,921	0,716	0,717	0,480	0,836	0,650	9463874	9663267	49951895	10478068	51281648
Podkarpackie	0,977	0,790	0,792	0,616	0,941	0,682	852258	863363,8	5874447	893799	3971341
Podlaskie	0,999	0,861	0,863	0,495	0,995	0,683	9267824	9280576	125490000	4479108	72614839
Pomorskie	0,972	0,683	0,686	0,413	0,901	0,658	29649987	30157648	335030000	35278744	145490000
Śląskie	0,992	0,696	0,697	0,423	0,923	0,616	127210000	127980000	843260000	145710000	469890000
Świętokrzyskie	0,996	0,756	0,759	0,507	0,968	0,701	6520625	6548363	52576876	3369794	30685433
Warmińsko-mazurskie	0,888	0,783	0,784	0,153	0,807	0,391	16000423	16011595	354710000	8473638	149740000
Wielkopolskie	0,982	0,755	0,722	0,504	0,934	0,696	26695782	22685514	183960000	17597955	143140000
Zachodniopomorskie	0,910	0,629	0,629	0,442	0,818	0,620	32036788	31904599	174430000	67319033	127940000

Źródło: opracowanie własne na podstawie wyników badania *DGI*, 2011.

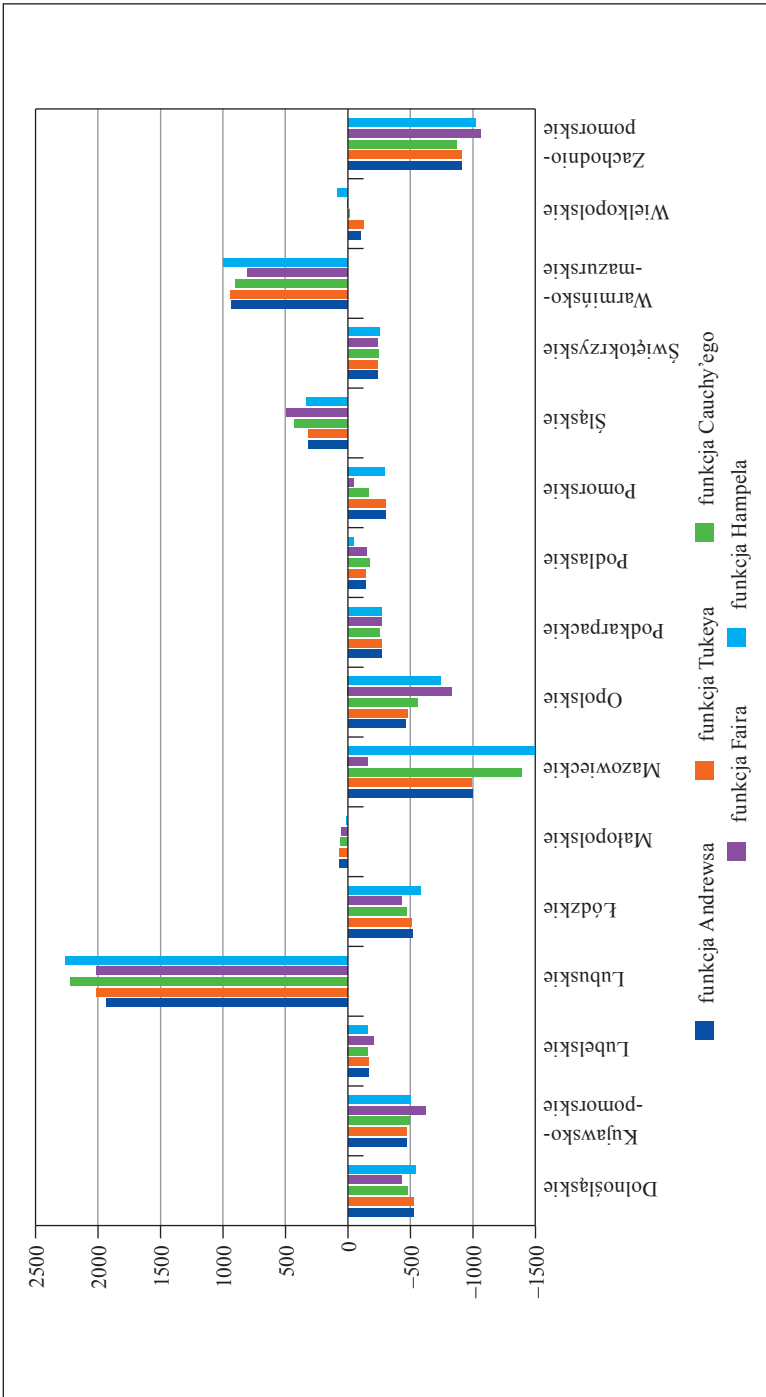


Tabela 5. Szacunki parametrów równania oraz przedziały ufności (95%) dla  $M$ -estymatorów wykorzystujących pięć funkcji wag

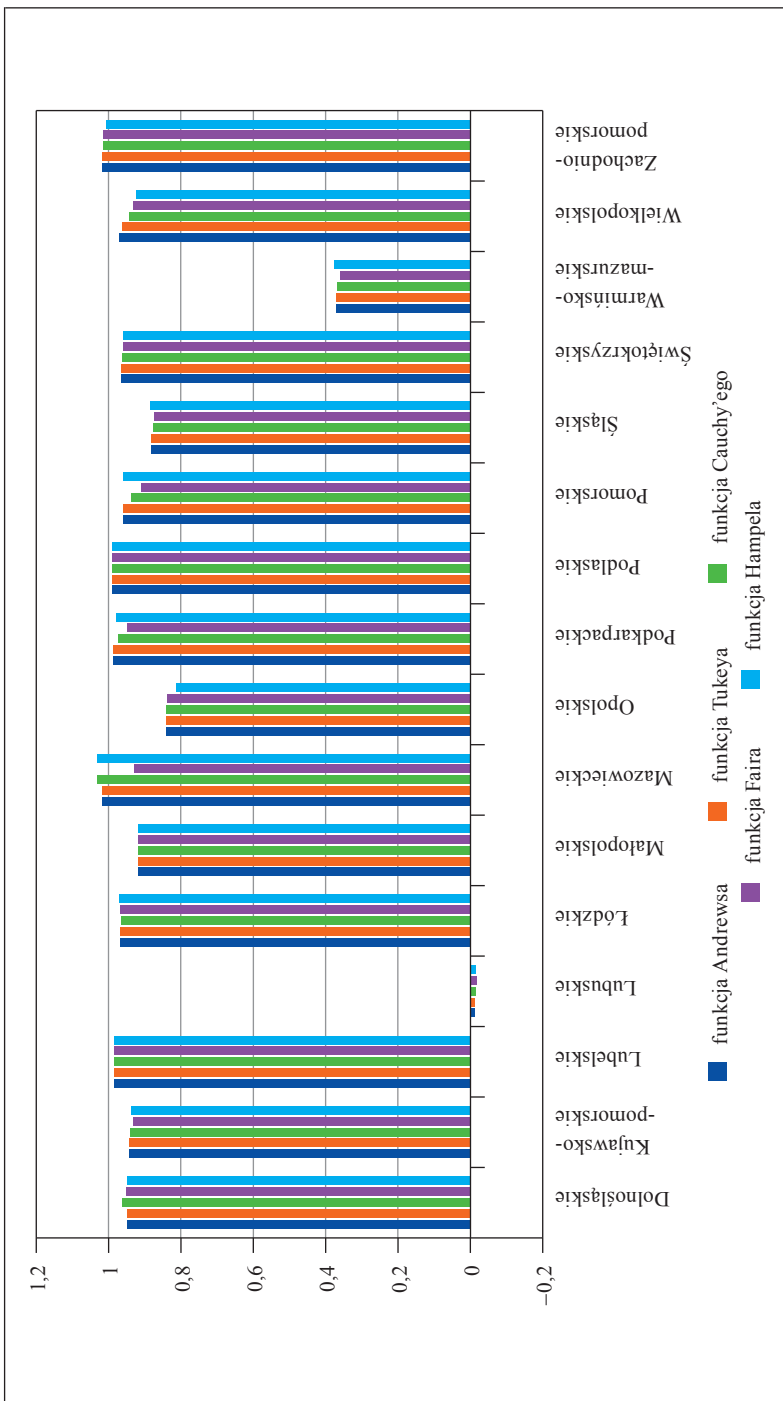
Województwo	Funkcja Andrews		Funkcja Tukeya		Funkcja Cauchy'ego		Funkcja Faira		Funkcja Hampela				
	koszt	przedział ufności	koszt	przedział ufności	koszt	przedział ufności	koszt	przedział ufności	koszt	przedział ufności			
Szacunek współczynnika kierunkowego													
Dolnośląskie	1,000	0,949	1,052	0,949	1,008	0,962	1,054	1,004	0,953	1,055	1,002	0,950	1,055
Kujawsko-pomorskie	0,981	0,943	1,020	0,943	0,980	0,942	1,019	0,982	0,931	1,033	0,979	0,937	1,020
Lubelskie	0,990	0,986	0,994	0,986	0,990	0,986	0,994	0,990	0,985	0,995	0,990	0,985	0,995
Lubuskie	-0,004	-0,013	0,006	-0,013	-0,004	-0,014	0,006	-0,001	-0,019	0,017	-0,004	-0,015	0,006
Łódzkie	1,005	0,968	1,041	0,968	1,000	0,965	1,034	0,998	0,967	1,029	1,007	0,971	1,043
Małopolskie	0,921	0,919	0,924	0,919	0,921	0,918	0,924	0,921	0,917	0,925	0,921	0,918	0,925
Mazowieckie	1,019	1,017	1,020	1,018	1,034	1,033	1,035	0,931	0,929	0,932	1,034	1,033	1,035
Opolskie	0,881	0,842	0,920	0,881	0,886	0,840	0,932	0,906	0,838	0,974	0,875	0,815	0,935
Podkarpackie	1,014	0,988	1,040	0,988	1,002	0,973	1,030	0,985	0,949	1,020	1,008	0,980	1,036
Podlaskie	0,995	0,989	1,000	0,989	0,995	0,990	1,000	0,995	0,990	1,000	0,994	0,989	0,999
Pomorskie	0,980	0,961	0,999	0,960	0,961	0,939	0,983	0,937	0,911	0,963	0,982	0,961	1,004
Śląskie	0,889	0,884	0,895	0,889	0,883	0,877	0,889	0,882	0,874	0,889	0,892	0,885	0,898
Świętokrzyskie	0,984	0,965	1,003	0,965	0,982	0,962	1,001	0,979	0,960	0,998	0,980	0,960	1,001
Warmińsko-mazurskie	0,478	0,372	0,584	0,372	0,478	0,368	0,588	0,479	0,360	0,598	0,479	0,378	0,579
Wielkopolskie	0,990	0,970	1,010	0,987	0,967	0,942	0,992	0,961	0,934	0,988	0,952	0,925	0,980
Zachodniopomorskie	1,037	1,019	1,055	1,018	1,034	1,015	1,053	1,041	1,015	1,067	1,032	1,007	1,056

Województwo	Funkcja Andrews		Funkcja Tukeya		Funkcja Cauchy'ego		Funkcja Faira		Funkcja Hampela			
	koszt	przedział ufności	koszt	przedział ufności	koszt	przedział ufności	koszt	przedział ufności	koszt	przedział ufności		
	Szacunek wyrazu wolnego											
Dolnośląskie	-88	-528	351	-528	-82	-473	308	-429	444	-94	-542	354
Kujawsko-pomorskie	-122	-472	228	-469	-146	-492	200	-623	300	-126	-502	249
Lubelskie	-8	-164	147	-166	4	-162	170	-203	222	45	-160	250
Lubuskie	3590	1927	5252	3622	3977	2220	5735	2009	8325	4097	2263	5930
Łódzkie	-65	-513	384	-509	-45	-469	379	-427	327	-141	-585	303
Małopolskie	270	65	474	268	273	57	488	336	51	620	262	10
Mazowieckie	-575	-995	-156	-580	-937	-1391	-482	443	-162	1047	-943	-395
Opolskie	-28	-463	407	-481	-38	-556	480	-67	-833	698	-69	-746
Podkarpackie	-102	-265	61	-265	-76	-257	105	-46	-272	181	-92	-267
Podlaskie	487	-144	1117	-143	451	-172	1074	443	-153	1038	562	-47
Pomorskie	52	-299	403	-304	237	-166	640	430	-49	908	96	-297
Śląskie	631	313	949	633	750	429	1071	907	491	1322	689	328
Świętokrzyskie	37	-233	306	-238	27	-245	300	31	-234	297	39	-249
Warmińsko-mazurskie	1944	935	2953	936	1942	897	2986	1931	802	3061	1950	2904
Wielkopolskie	149	-100	398	175	297	-10	604	347	6	689	423	81
Zachodniopomorskie	-526	-909	-144	-911	-472	-870	-73	-516	-1063	30	-505	-1019
												9

Źródło: opracowanie własne na podstawie wyników badania DGI, 2011.



Rys. 2. Ocena współczynnika kierunkowego modelu regresji na podstawie wybranych funkcji  
 Źródło: opracowanie własne na podstawie wyników badania DGI, 2011.



Rys. 3. Ocena wyrazu wolnego modelu regresji na podstawie wybranych funkcji  
 Źródło: opracowanie własne na podstawie wyników badania DGI, 2011.

## 4. Wnioski

Zastosowanie każdej z pięciu badanych funkcji z punktu widzenia dopasowania modelu przyniosło zbliżone rezultaty. W wielu praktycznych sytuacjach wykorzystania  $M$ -estymacji wybór funkcji  $\Psi$  nie jest kluczowy dla uzyskania dobrego odpornego oszacowania. Największe rozbieżności w ocenie szacowanych parametrów dotyczyły funkcji Cauchy'ego i Hampela. Dla tych funkcji jakość dopasowania modelu była też najslabsza.

Zastosowanie  $M$ -estymatora w przypadku obecności wartości odstających może wpłynąć na poprawę jakości dopasowania modelu w porównaniu z klasycznymi metodami szacunków, zależy to jednak w dużym stopniu od rodzaju obserwacji nietypowej (odległości).  $M$ -estymator nie jest odporny na punkty wysokiej dźwigni, a więc powinien być stosowany w sytuacjach, w których punkty wysokiej dźwigni nie występują.

## Literatura

- Alma Ö.G. [2011], *Comparison of Robust Regression Methods in Linear Regression*, „International Journal of Contemporary Mathematical Sciences”, vol. 6, nr 9, <http://dx.doi.org/10.12988/ijcms>.
- Banaś M., Ligas M. [2014], *Empirical Tests of Performance of Some M-estimators*, „Geodesy and Cartography”, vol. 63, nr 2, <http://dx.doi.org/10.2478/geocart-2014-0015>.
- Chen C. [2003], *Robust Tools in SAS* [w:] *Developments in Robust Statistics. International Conference on Robust Statistics*, red. R. Dutter i in., Springer Science and Business Media, Berlin–Heidelberg, <http://dx.doi.org/10.1007/2F978-3-642-57338-5>.
- Chen C., Yin G. [2002], *Computing the Efficiency and Tuning Constants for M-Estimation*, Proceedings of the 2002 Joint Statistical Meetings, American Statistical Association, Alexandria.
- Cox B.G., Binder A., Chinnappa N.B., Christianson A., Colledge M.J., Kott P.S. [1995], *Business Survey Methods*, John Wiley and Sons, Hoboken, NJ, <http://dx.doi.org/10.1002/9781118150504.fmatter>.
- Fair R.C. [1974], *On the Robust Estimation of Econometric Models*, „Annals of Economic and Social Measurement”, vol. 3.
- Hampel F.R., Ronchetti E.M., Rousseeuw P.J., Stahel W.A. [2011], *Robust Statistics: The Approach Based on Influence Functions*, John Wiley and Sons, Hoboken, NJ, <http://dx.doi.org/10.1002/9781118186435.fmatter>.
- Holland P., Welsch R. [1977], *Robust Regression Using Iteratively Reweighted Least-Squares*, „Communications in Statistics – Theory and Methods”, vol. 6, <http://dx.doi.org/10.1080/03610927708827533>.
- Huber P.J. [1964], *Robust Estimation of a Location Parameter*, „Annals of Mathematical Statistics”, vol. 35.
- Huber P.J. [1981], *Robust Statistics*, John Wiley and Sons, New York.

- Renaud O., Victoria-Feser M. [2010], *A Robust Coefficient of Determination for Regression*, „Journal of Statistical Planning and Inference”, vol. 140, nr 7, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jspi.2010.01.008>.
- Rousseeuw P.J., Leroy A.M. [1987], *Robust Regression and Outlier Detection*, Wiley-Interscience, New York.
- Trzpiot G. [2013], *Wybrane statystyki odporne*, „Studia Ekonomiczne”, nr 152.
- User's Guide. The Robustreg Procedure* [2014], SAS Institute, Cary, NC.

## **M-estimation in a Small Business Survey**

(Abstract)

In many business surveys, sample sizes are large enough to compensate for the presence of outliers, which have a relatively small impact on estimates. However, at low levels of aggregation, the impact of outliers might be significant. Therefore, in the case of a population such as the population of enterprises, the classical approach should be accompanied by methods that resist the occurrence of outliers. To deal with this problem, several alternative techniques of estimation, less sensitive to outliers, have been proposed in the statistics literature. In this paper we look at one of them – *M*-estimation, and compare its usefulness in the small businesses survey.

**Keywords:** robust regression, *M*-estimation, business statistics, outliers.



*Jadwiga Kostrzewska*

*Barbara Pawełek*

*Artur Lipieta*

Katedra Statystyki

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

## **Problem wartości odstających w badaniu kondycji finansowej przedsiębiorstw budowlanych w Polsce\***

### **Streszczenie**

Wyniki analizy kondycji finansowej przedsiębiorstw są wykorzystywane m.in. w badaniach dotyczących zagrożenia upadłością. Do oceny kondycji finansowej przedsiębiorstw wykorzystuje się wskaźniki finansowe, podstawą badań są zatem dane pochodzące ze sprawozdań finansowych. Ocena jakości tych danych obejmuje m.in. wykrywanie wartości odstających. Celem artykułu jest przedstawienie wyników badań empirycznych nad wpływem wyboru metody wykrywania i eliminacji wartości odstających na skuteczność klasyfikacyjną modelu logitowego, budowanego na podstawie zbiorów uwzględniających lub pomijających wykryte wartości odstające. W badaniach empirycznych wykorzystano jedno- i wielowymiarowe metody wykrywania wartości odstających. Metody te dodatkowo połączono z analizą mocy dyskryminacyjnej wskaźników finansowych. Ocenę skuteczności modelu logitowego oparto na miernikach wiarygodności i specyficzności. Badaniem objęto przedsiębiorstwa budowlane w Polsce w latach 2005, 2007 i 2009.

---

\* Artykuł powstał w ramach realizacji projektu badawczego sfinansowanego ze środków przyznanych Wydziałowi Zarządzania Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie w ramach dotacji na utrzymanie potencjału badawczego.



**Słowa kluczowe:** wartości odstające, kondycja finansowa, wskaźnik finansowy, model logitowy, klasyfikacja.

## 1. Wprowadzenie

Analiza kondycji finansowej jest ważnym elementem zarządzania przedsiębiorstwem. Pogarszająca się sytuacja finansowa może prowadzić do bankructwa. Do oceny kondycji finansowej przedsiębiorstw wykorzystuje się wskaźniki pochodzące ze sprawozdań finansowych. Pierwszym etapem takiej analizy powinna być ocena jakości posiadanych danych finansowych.

Ocena jakości danych obejmuje m.in. wykrywanie wartości odstających. Obserwacje odstające są na ogół spowodowane błędami w danych. Powstają często na skutek błędnego pomiaru lub pomyłek przy wprowadzaniu informacji do baz danych, oszustw i nietypowych zachowań. Mogą też wynikać z naturalnych odchyień jednostki od przyjętego wzorca wyznaczonego przez większość obserwacji [Hodge i Austin 2004]. Chociaż istnienie wartości odstających często jest traktowane jako błąd (zakłócenie, szum), one same mogą być nośnikiem ważnych informacji. W niniejszym opracowaniu przyjęto, że odstające wartości wskaźników finansowych dla pewnych przedsiębiorstw mogą świadczyć o ich złej kondycji finansowej, mogącej prowadzić do upadłości.

Obserwacja odstająca to taka, która wydaje się znacznie różnić od innych elementów zbiorowości, w której występuje [Grubbs 1969, Barnett i Lewis 1994, Hodge i Austin 2004, John 1995]. Odstającą nazywana jest więc często obserwacja, której odległość od innych wartości w rozważanym zbiorze jest nieporównywalnie większa od odległości pomiędzy pozostałymi elementami tej zbiorowości [Johnson i Wichern 1992]. Z punktu widzenia metod analizy skupień za odstającą może być uznana grupa obserwacji małej miary (tzn. o niewielkiej liczebności) [Kaufman i Rousseeuw 1990, Ramaswamy, Rastogi i Shim 2000].

Metody wykrywania wartości odstających można podzielić na: parametryczne (statystyczne), oparte na znajomości parametrów rozkładów empirycznych lub ich oszacowań (np. [Hawkins 1980]), i nieparametryczne, oparte na miarach odległości, np. mierze Mahalanobisa (np. [Williams i in. 2002]). Inny podział wyróżnia metody jednowymiarowe i wielowymiarowe. W pierwszych pracach analizujących wartości odstające stosowano metody jednowymiarowe [Barnett i Lewis 1994]. F.R. Hampel [1971 i 1974] zaproponował wykorzystanie mediany i mediany odchylenia absolutnego od mediany jako odpornych estymatorów położenia i rozproszenia. Jako miarę odporności estymatora na wartości odstające wprowadził on punkt załamania (najmniejszy odsetek odstających obserwacji, które powodują, że estymator zacznie dawać dowolnie duże wyniki). Powszechnie jako estymator rozproszenia stosuje się także odchylenie standar-

dowe obliczone na podstawie obserwacji pomijających wartości skrajne – dolne lub górne. Zazwyczaj pomija się 5% obserwacji [Ben-Gal 2005]. J.W. Tukey [1977] wprowadził wykres pudełkowy jako graficzne narzędzie pomocne do identyfikacji obserwacji odstających.

Aktualnie w pracach dotyczących wartości odstających częściej stosowane są metody wielowymiarowe, uwzględniające możliwość wystąpienia obserwacji odstających w ujęciu globalnym (wielowymiarowym) przy możliwym jednoczesnym braku odstawiania obserwacji po poszczególnych współrzędnych. W ramach wielowymiarowych, nieparametrycznych metod do wykrywania wartości odstających można stosować różne funkcje głębi (np. [Zuo i Serfling 2000, Zuo 2003]).

W pracach z zakresu badania kondycji finansowej przedsiębiorstw, w szczególności prognozowania bankructwa, można znaleźć rozważania dotyczące występowania w danych wartości odstających. Propozycje rozwiązania tego problemu wahają się od ignorowania [Spicka 2013], przez zamianę lub usunięcie wartości odstających [De Andrés i in. 2011, Pociecha i in. 2014, Shumway 2001, Wu, Gaunt i Gray 2010] do stosowania metod odpornych. W badaniach empirycznych pojawiają się zatem wątpliwości dotyczące wyboru poprawnego podejścia do wartości odstających: wykrywać je, czy nie wykrywać? jeśli wykrywać, to w jaki sposób i co zrobić z wiedzą wynikającą z ich występowania w zbiorze danych?

Niniejsza praca wpisuje się w nurt badań nad istotą i znaczeniem identyfikacji wartości odstających w badaniu kondycji finansowej przedsiębiorstw (zob. np. [Tsai i Cheng 2012]). Celem artykułu jest prezentacja wyników badań nad wpływem wyboru metody wykrywania i eliminacji wartości odstających na skuteczność modelu logitowego, budowanego na podstawie zbiorów uwzględniających lub pomijających wykryte wartości odstające, w zakresie klasyfikacji przedsiębiorstw na „zdrowe” i zagrożone upadłością. Wyniki badania pilotażowego dla 2009 r. zaprezentowano w pracy [Pawełek, Kostrzewska i Lipieta 2015].

## **2. Dane**

Dane finansowe przedsiębiorstw budowlanych w Polsce za lata 2005–2009 pochodzą z serwisu EMIS Intelligence – Polska. Zbudowana baza zawiera informacje dotyczące 371 przedsiębiorstw, w tym siedmiu w stanie upadłości. Przedsiębiorstwa „zdrowe” są nazywane w pracy także „niebankrutami” (NB), natomiast będące w stanie upadłości – „bankrutami” (B). Słabą stroną analizowanej bazy jest mała liczba przedsiębiorstw w stanie upadłości (przedstawiających sprawozdania finansowe w całym analizowanym okresie), co uniemożliwiło stworzenie zbioru testowego dla modelu logitowego. Badania empiryczne objęły lata 2005, 2007 i 2009.

W badaniach wykorzystano 14 wskaźników finansowych (tabela 1), które podzielno na cztery grupy ważnych charakterystyk kondycji finansowej przedsiębiorstw, a mianowicie: płynności ( $R_{01}$ – $R_{03}$ ), poziomu zadłużenia ( $R_{04}$ – $R_{06}$ ), rentowności ( $R_{07}$ – $R_{10}$ ) i sprawności działania ( $R_{11}$ – $R_{14}$ ).

Tabela 1. Wskaźniki finansowe

Symbol	Opis	Symbol	Opis
$R_{01}$	Wskaźnik płynności bieżącej	$R_{08}$	Wskaźnik rentowności netto
$R_{02}$	Wskaźnik płynności szybkiej	$R_{09}$	Wskaźnik rentowności kapitałów własnych
$R_{03}$	Wskaźnik natychmiastowej wymagalności	$R_{10}$	Wskaźnik rentowności aktywów
$R_{04}$	Wskaźnik zadłużenia aktywów	$R_{11}$	Wskaźnik rotacji należności
$R_{05}$	Wskaźnik zadłużenia kapitału własnego	$R_{12}$	Wskaźnik rotacji aktywów stałych
$R_{06}$	Wskaźnik zadłużenia długoterminowego	$R_{13}$	Wskaźnik rotacji aktywów
$R_{07}$	Wskaźnik rentowności brutto	$R_{14}$	Wskaźnik poziomu kosztów operacyjnych

Źródło: opracowanie własne.

Statystyczna analiza zmian rozkładów wartości poszczególnych wskaźników finansowych w kolejno następujących po sobie latach okresu 2005–2009 została przeprowadzona w grupie wszystkich przedsiębiorstw oraz oddzielnie w grupach niebankrutów i bankrutów.

Na podstawie wykresów pudełkowych (względem mediany oraz względem średniej) oraz wybranych statystyk opisowych porównano rozkłady wartości wskaźników wszystkich badanych przedsiębiorstw. Dla poszczególnych wskaźników finansowych w kolejnych latach utrzymuje się na ogół podobny, lecz niekoniecznie taki sam, charakter rozkładów. Największe różnice występują w wartościach odstających, koncentracji wartości wokół średniej lub mediany i stopniu zróżnicowania. W całym badanym okresie silnie prawostronnie asymetryczne rozkłady odnotowano dla wartości wskaźników: płynności bieżącej ( $R_{01}$ ), płynności szybkiej ( $R_{02}$ ), natychmiastowej wymagalności ( $R_{03}$ ), zadłużenia długoterminowego ( $R_{06}$ ), rotacji należności ( $R_{11}$ ) i rotacji aktywów stałych ( $R_{12}$ ). Asymetria rozkładów wartości wymienionych wskaźników finansowych utrzymuje się we wszystkich latach badanego okresu, choć z różnym natężeniem. Dla wskaźników zadłużenia aktywów ( $R_{04}$ ) oraz poziomu kosztów operacyjnych ( $R_{14}$ ) rozkłady wartości są bliskie symetrycznym w całym badanym okresie. Ocena siły i kierunku asymetrii rozkładu wartości wskaźników finansowych

przydatna jest przy stosowaniu analizy kwantylowej do wykrywania obiektów o wartościach odstających.

W analizowanej bazie danych obejmującej lata 2005–2009 znalazło się siedem przedsiębiorstw budowlanych, które ogłosiły bankructwo do 2005 r. (włącznie). Mały udział bankrutów wśród wszystkich badanych przedsiębiorstw (ok. 1,89%) sprawia, że ich wpływ na rozkład wartości poszczególnych wskaźników finansowych nie jest duży.

Można jednak zauważyć, że wartości niektórych wskaźników odnotowane w grupie bankrutów są inne niż w grupie „zdrowych” przedsiębiorstw budowlanych, np. zdecydowanie niskie, jak w wypadku wszystkich trzech wskaźników płynności (płynności bieżącej –  $R_{01}$ , płynności szybkiej –  $R_{02}$ , i natychmiastowej wymagalności –  $R_{03}$ ) oraz dwóch wskaźników sprawności działania (rotacji należności –  $R_{11}$ , oraz rotacji aktywów stałych –  $R_{12}$ ). Ponadto w grupie bankrutów zdarzają się nietypowe (odstające na tle wartości dla „zdrowych” przedsiębiorstw) wartości wskaźników finansowych, np. w wypadku wszystkich trzech wskaźników zadłużenia (aktywów –  $R_{04}$ , kapitału własnego –  $R_{05}$ , i długoterminowego –  $R_{06}$ ) oraz trzech wskaźników rentowności (brutto –  $R_{07}$ , netto –  $R_{08}$ , i kapitałów własnych –  $R_{09}$ ). Wartości takie odnotowano tylko dla niektórych bankrutów i tylko w niektórych latach. Trzeba jednak podkreślić, że każde z przedsiębiorstw z grupy bankrutów charakteryzuje się odmiennymi wartościami rozważanych wskaźników finansowych w analizowanym okresie. Przy próbie określenia ogólnych tendencji zbyt silny może być wpływ indywidualnych różnic między przedsiębiorstwami.

### 3. Metodyka badań

Do wykrywania wartości odstających zastosowano po jednej metodzie: jednowymiarowej (opartej na kwantylach) i wielowymiarowej (opartej na funkcji głębi projekcyjnej). Metody te zastosowano oddzielnie lub z uwzględnieniem wyników analizy mocy dyskryminacyjnej wskaźników finansowych.

Na podstawie analizy rozkładów wskaźników finansowych (por. pkt 2) zauważono, że w niektórych przypadkach wartości odnotowane dla bankrutów kształtują się odmiennie na tle wartości dla „zdrowych” przedsiębiorstw. W szczególności dla bankrutów pojawiają się wartości wskaźników zdecydowanie powyżej lub zdecydowanie poniżej typowego zakresu wartości „zdrowych” przedsiębiorstw, tzn. znajdujące się w ogonach rozkładów. Z tego względu w jednowymiarowej analizie badano obszary wyznaczone przez kwantyl  $q_{0,1}$  lub – oddzielnie – kwantyl  $q_{0,9}$ . Dla danego wskaźnika finansowego kwantyle odpowiedniego rzędu wyznaczono w grupie „zdrowych” przedsiębiorstw. Obiekty –

przedsiębiorstwa o wartościach silnie niższych od  $q_{0,1}$ , silnie wyższych od  $q_{0,9}$  lub spoza obustronnego zakresu wyznaczonego przez kwantyle  $q_{0,05}$  i  $q_{0,95}$  uznano za odstające. Postępowano przy tym na dwa sposoby.

W pierwszym podejściu dla każdego z 14 analizowanych wskaźników finansowych wyznaczono wartości odstające dla „zdrowych” przedsiębiorstw za pomocą kwantyla odpowiedniego rzędu w zależności od kierunku asymetrii rozkładu danego wskaźnika (silna asymetria lewostronna – lewy ogon rozkładu wyznaczony przez kwantyl  $q_{0,1}$ ; prawostronna – prawy ogon wyznaczony przez  $q_{0,9}$ ; brak silnej asymetrii – obustronny obszar wyznaczony przez  $q_{0,05}$  i  $q_{0,95}$ ).

W drugim podejściu przy wyborze prawego, lewego lub obustronnego ogona rozkładu kierowano się analizą mocy dyskryminacyjnej wskaźników finansowych. Podstawą wykrywania wartości odstających w tym podejściu są tylko te wskaźniki, które mają większą moc dyskryminacyjną od pozostałych (por. tabela 2).

Tabela 2. Wskaźniki finansowe o większej mocy dyskryminacyjnej niż pozostałe wskaźniki w latach 2005, 2007 i 2009 ( $m$  – liczba wskaźników)

Rok	Wskaźniki finansowe	$m$
2005	$R_{01} R_{02} R_{03} R_{04}^a R_{05} R_{07} R_{08} R_{09}^b R_{10} R_{11} R_{12} R_{13} R_{14}^a$	13
2007	$R_{04}^a R_{05} R_{06}^b R_{08} R_{09}^a R_{10} R_{14}^a$	7
2009	$R_{03} R_{06}^a R_{07} R_{09}^b R_{10} R_{11} R_{14}^a$	7

<sup>a</sup> Moc dyskryminacyjna w prawym ogonie. <sup>b</sup> Moc dyskryminacyjna w obu ogonach.

Uwaga: pozostałe – moc dyskryminacyjna w lewym ogonie.

Źródło: opracowanie własne.

W celu ustalenia, które ze wskaźników mogłyby wystarczająco wyraźnie sygnalizować problemy z kondycją finansową, wyznaczono ich moc dyskryminacyjną (zob. też [Yu i in. 2014]). Jako kryterium przyjęto liczbę bankrutów o wartościach należących do wyznaczonych 10-procentowych zakresów wartości skrajnych dla „zdrowych” przedsiębiorstw (w prawym lub lewym ogonie rozkładu). Gdy wartości przyjmowane przez bankrutów wystąpiły w obu ogonach rozkładu dla „zdrowych” przedsiębiorstw, sprawdzono odsetek bankrutów w obustronnym 10-procentowym obszarze wyznaczonym przez kwantyle  $q_{0,05}$  oraz  $q_{0,95}$ . Im wyższa jest wartość tego kryterium, tym większa jest moc dyskryminacyjna danego wskaźnika. Za wskaźniki o mocy dyskryminacyjnej uznano te, dla których w jednym z obszarów wyznaczonych przez kwantyle dla „zdrowych” przedsiębiorstw odnotowano wartości wskaźnika dla co najmniej 2 z 7 przedsiębiorstw bankrutów, co było bardzo łagodnym kryterium. W poszczególnych latach były to różne zestawy (por. tabela 2). W szczególności na początku badanego okresu, tj.

w 2005 r., aż 13 wskaźników finansowych miało moc dyskryminacyjną (zgodnie z przyjętym kryterium), zaś w następnych dwóch badanych latach – tylko 7. Oznacza to, że wartości wskaźników finansowych przedsiębiorstw budowlanych w niedługim czasie po ogłoszeniu upadłości znajdowały się w ogonach rozkładu wartości wskaźników dla „zdrowych” przedsiębiorstw. Im więcej czasu upłynęło od ogłoszenia upadłości, tym mniej wskaźników charakteryzowało się mocą dyskryminacyjną, a zatem tym mniej przedsiębiorstw bankrutów odnotowało skrajne wartości wskaźników finansowych.

Do wykrywania wartości odstających w przestrzeni wielowymiarowej wykorzystano głębię projekcyjną [Zuo 2003]. Koncepcja głębi danych to zagadnienie nieparametrycznej, odpornej wielowymiarowej analizy statystycznej rozwijane w ramach eksploracyjnej analizy danych. Umożliwia ona określenie liniowego porządku wielowymiarowych obserwacji z wykorzystaniem wielowymiarowej mediany, definiowanej jako wielowymiarowe centrum zbioru obserwacji. Istnieje wiele propozycji funkcji, zwanych funkcjami głębi, przyporządkowujących każdej obserwacji pochodzącej z pewnego rozkładu dodatnią liczbę będącą miarą jej odstawania od centrum ze względu na ten rozkład [Kosiorowski 2012].

W wielowymiarowej metodzie również zastosowano dwa podejścia: bez uwzględnienia lub z uwzględnieniem wiedzy o mocy dyskryminacyjnej wskaźników finansowych. W pierwszym podejściu podstawą budowy wielowymiarowego centrum zbioru obserwacji jest 14 wskaźników finansowych, w drugim –  $m$  wskaźników finansowych o mocy dyskryminacyjnej. „Zdrowe” przedsiębiorstwa o wartościach odstających to 10% obiektów leżących najdalej od 14- lub  $m$ -wymiarowego centrum.

Korzystając z funkcji głębi projekcyjnej w wykrywaniu wartości odstających, należy pamiętać, że metoda ta wskazuje obiekty oddalone od centrum zbioru danych bez uwzględniania kierunku odstawania (tzn. wśród wymienionych przedsiębiorstw odstających mogą być zarówno przedsiębiorstwa charakteryzujące się bardzo dobrą kondycją finansową, jak i przedsiębiorstwa borykające się z poważnymi problemami finansowymi).

Dla poszczególnych lat zastosowano zatem metody analizy jednowymiarowej opartej na kwantylach oraz wielowymiarowej opartej na funkcji głębi. Metody oznaczono w taki sposób, by pierwsza litera informowała o rodzaju analizy ( $K$  oparta na kwantylach,  $G$  oparta na funkcji głębi), następnie podano dwucyfrowy symbol roku (05, 07 lub 09) oraz liczbę wskaźników finansowych będących podstawą wykrywania obiektów o wartościach odstających ( $m = 14, 13$  lub 7). Przy tym  $m$  różne od 14 wskazuje na uwzględnienie w metodzie mocy dyskryminacyjnej wskaźników finansowych.

Dla każdego roku osobno wspomnianymi metodami utworzono zbiory, które są podstawą dalszej analizy. Przyjęto następujące warianty:

- wariant I – zbiory obejmujące wszystkie przedsiębiorstwa w danym roku (pełna baza);
  - wariant II – zbiory obejmujące wszystkich bankrutów i „zdrowe” przedsiębiorstwa niebędące obiektami odstającymi przy zastosowaniu danej metody;
  - wariant III – zbiory składające się z bankrutów i „zdrowych” przedsiębiorstw będących obiektami odstającymi przy zastosowaniu danej metody.
- Liczebności zbiorów w poszczególnych wariantach zestawiono w tabeli 3.

Tabela 3. Liczebności zbiorów w wariantach II oraz III w zależności od zastosowanej metody i liczby uwzględnionych wskaźników finansowych ( $m$ ) w latach 2005, 2007 i 2009

Metoda	Wariant II			Wariant III		
	2005	2007	2009	2005	2007	2009
<i>K.rr.14</i>	176	169	181	202	209	197
<i>K.rr.m</i>	211 ( $m = 13$ )	246 ( $m = 7$ )	243 ( $m = 7$ )	167 ( $m = 13$ )	132 ( $m = 7$ )	135 ( $m = 7$ )
<i>G.rr.14</i> <i>G.rr.m</i>	335 ( $m = 14$ lub 13)	335 ( $m = 14$ lub 7)	335 ( $m = 14$ lub 7)	43 ( $m = 14$ lub 13)	43 ( $m = 14$ lub 7)	43 ( $m = 14$ lub 7)

Źródło: opracowanie własne.

W wypadku zastosowania analizy jednowymiarowej opartej na kwantylach z uwzględnieniem lub bez uwzględnienia informacji o mocy dyskryminacyjnej wskaźników finansowych dla różnych lat otrzymano różne liczebności zbiorów wariantów II i III (por. tabela 3). Jest to spowodowane tym, że obiekty o wartościach odstających ze względu na wartości różnych wskaźników nie muszą być takie same. W wypadku zastosowania analizy wielowymiarowej opartej na funkcji głębi w obu wersjach dla różnych lat otrzymano równoliczne zbiory wariantu II (335 przedsiębiorstw) lub wariantu III (43 przedsiębiorstwa). Przy czym zarówno w jedno-, jak i wielowymiarowej metodzie, w zależności od uwzględnienia lub nieuwzględnienia wiedzy o mocy dyskryminacyjnej wskaźników, niekoniecznie te same obiekty zostały wskazane jako odstające. Można zatem spodziewać się różnic w modelach logitowych szacowanych z wykorzystaniem wiedzy o wartościach odstających, uzyskanej za pomocą różnych metod.

Do oceny kondycji finansowej przedsiębiorstw budowlanych w Polsce zastosowano model logitowy o postaci:

$$P(y_i = \text{bankrut} | \mathbf{x}_i) = \frac{\exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})}, \quad (1)$$

gdzie:

- $\mathbf{x}_i$  – wektor wartości zmiennych niezależnych dla obiektu  $i$ -tego,
- $\boldsymbol{\beta}$  – wektor parametrów.

Parametry modelu szacowano metodą krokową wsteczną. Za pomocą oszacowanego modelu dokonano klasyfikacji przedsiębiorstw do grup przedsiębiorstw w dobrej (niebankrutów) lub w złej kondycji finansowej (bankrutów). Do oceny skuteczności klasyfikacyjnej modelu logitowego wykorzystano miarę wrażliwości, obliczaną jako odsetek przedsiębiorstw w stanie upadłości, które zostały poprawnie zaklasyfikowane przez model do zbioru przedsiębiorstw zagrożonych upadłością, oraz miarę specyficzności modelu, wyznaczaną jako odsetek przedsiębiorstw „zdrowych” poprawnie zaklasyfikowanych przez model do grupy przedsiębiorstw niezagrażonych upadłością [Pociecha i in. 2014].

Wiedza o obiektach odstających wśród „zdrowych” przedsiębiorstw wykrytych różnymi metodami została wykorzystana do konstrukcji zbiorów (por. tabela 3) będących podstawą budowy modeli logitowych. Celem analizy zaprezentowanej w następnych punktach jest sprawdzenie, czy wiedza o wartościach odstających może być przydatna do poprawienia skuteczności klasyfikacyjnej oszacowanych modeli.

#### 4. Estymacja i ocena skuteczności klasyfikacyjnej modelu logitowego dla 2005 roku

W pierwszym etapie analizy dla 2005 r. na podstawie całej bazy (wariant I, tj. 371 przedsiębiorstw) oszacowano dwa modele logitowe. Wejściowy zbiór zmiennych objaśniających stanowiło 14 wskaźników finansowych (model  $M_{O,05,14}$ ) albo 13 wytypowanych wskaźników (model  $M_{O,05,13}$ ) o mocy dyskryminacyjnej zgodnie z kryterium podanym w pkt 3 (por. tabela 2). Przy konstrukcji tych modeli ignorowano problem występowania obiektów – przedsiębiorstw o odstających wartościach wskaźników finansowych ( $M_{O,05,14}$ ) lub uwzględniono jedynie moc dyskryminacyjną wskaźników ( $M_{O,05,13}$ ) przez zamieszczenie ich we wstępnym zbiorze zmiennych objaśniających.

W drugim etapie analizy zbudowano modele logitowe na podstawie zbiorów uzyskanych z wejściowej bazy przez usunięcie z niej przedsiębiorstw „zdrowych”, uznanych za obiekty odstające (wariant II – por. tabela 3). Analizę przeprowadzono osobno dla wyników uzyskanych po zastosowaniu jedno- (modele  $M_{K,05}$ ) lub wielowymiarowej (modele  $M_{G,05}$ ) metody wykrywania wartości odstających. Wejściowy zbiór zmiennych objaśniających zawierał 14 wskaźników – modele  $M_{K,05,14}$  i  $M_{G,05,14}$ , lub 13 wskaźników o mocy dyskryminacyjnej (por. tabela 2) – modele  $M_{K,05,13}$  i  $M_{G,05,13}$ . Zmienne niezależne o statystycznie istotnym wpływie



na zmienną zależną w oszacowanych modelach logitowych dla danych z 2005 r. zestawiono w tabeli 4.

Tabela 4. Zmienne objaśniające w oszacowanych modelach logitowych dla 2005 r.

Model	Zmienne objaśniające	Zbiór uczący
$M_{O.05.14}$	$R_{04}$	wariant I
$M_{O.05.13}$	$R_{04}$	wariant I
$M_{K.05.14}$	$R_{04} R_{13}$	wariant II
$M_{K.05.13}$	$R_{04}$	wariant II
$M_{G.05.14}$	$R_{04} R_{12}$	wariant II
$M_{G.05.13}$	$R_{04} R_{12} R_{14}$	wariant II

Źródło: opracowanie własne.

W każdym z sześciu oszacowanych modeli wśród zmiennych objaśniających znajduje się wskaźnik zadłużenia aktywów ( $R_{04}$ ). W niektórych modelach ponadto znajdują się niektóre wskaźniki z grupy wskaźników sprawności działania ( $R_{12}$ ,  $R_{13}$ ,  $R_{14}$  – por. tabela 1). Wskaźniki z pozostałych grup (płynności i rentowności) nie mają statystycznie istotnego wpływu na klasyfikację za pomocą modelu logitowego do grupy przedsiębiorstw w złej lub dobrej kondycji finansowej. Warto przy tym nadmienić, że badani bankruci ogłosili upadłość do 2005 r. (włącznie), a w modelach na ich złą kondycję finansową wskazuje tylko kilka wskaźników, m.in. zadłużenia aktywów.

Skuteczność klasyfikacyjna modeli zbudowanych na podstawie pełnego zbioru ( $M_{O.05.14}$ ,  $M_{O.05.13}$ ) została oceniona z wykorzystaniem mierników wrażliwości i specyficzności na zbiorze uczącym wariantu I. Ocenę skuteczności klasyfikacyjnej modeli zbudowanych na zbiorach wariantu II, również z wykorzystaniem mierników wrażliwości i specyficzności, przeprowadzono na: całej bazie (wariant I), zbiorze uczącym (wariant II) i zbiorze kontrolnym (wariant III) (por. tabela 3). Wyniki zamieszczono w tabeli 5.

Najwyższą wartość miary wrażliwości (0,714, co oznacza 5 poprawnie zaklasyfikowanych przedsiębiorstw w złej kondycji finansowej – por. tabela 5) oraz wysokie wartości miary specyficzności odnotowano w przypadku modelu logitowego  $M_{G.05.13}$ . Model ten oszacowano, łącząc wielowymiarową metodę wykrywania wartości odstających (funkcja głębi) z wiedzą o mocy dyskryminacyjnej wskaźników finansowych. Dość wysokie wartości miary wrażliwości (powyżej 0,5) odnotowano w drugim modelu,  $M_{G.05.14}$ , oszacowanym z wykorzystaniem wiedzy uzyskanej za pomocą wielowymiarowej metody wykrywania wartości odstających, oraz modelach  $M_{K.05.14}$  i  $M_{K.05.13}$ , oszacowanych z wykorzystaniem wiedzy uzyskanej za pomocą jednowymiarowej metody wykrywania wartości

odstających (analiza kwantylowa). We wspomnianych czterech modelach zbiorami uczącymi są odpowiednie zbiory wariantu II, zaś zbiorami kontrolnymi – wariantu I lub III.

Tabela 5. Ocena skuteczności klasyfikacyjnej oszacowanych modeli logitowych za pomocą miary wrażliwości oraz miary specyficzności dla 2005 r.

Model	N	Wariant I		Wariant II		Wariant III	
		wrażliwość	specyficzność	wrażliwość	specyficzność	wrażliwość	specyficzność
$M_{O.05.14}$	371	0,143 (1)	0,997	×	×	×	×
$M_{O.05.13}$	371	0,143 (1)	0,997	×	×	×	×
$M_{K.05.14}$	176	<b>0,571 (4)</b>	0,951	<b>0,571 (4)</b>	1,000	<b>0,571 (4)</b>	0,908
$M_{K.05.13}$	211	<b>0,571 (4)</b>	0,970	<b>0,571 (4)</b>	1,000	<b>0,571 (4)</b>	0,931
$M_{G.05.14}$	335	<b>0,571 (4)</b>	0,975	<b>0,571 (4)</b>	0,997	<b>0,571 (4)</b>	0,778
$M_{G.05.13}$	335	<b>0,714 (5)</b>	0,981	<b>0,714 (5)</b>	0,997	<b>0,714 (5)</b>	0,833

Uwagi: N – liczebność zbioru uczącego. W nawiasie podano liczbę przedsiębiorstw w złej kondycji finansowej poprawnie zaklasyfikowanych do grupy bankrutów. Pogrubioną czcionką wyróżniono wartości miary wrażliwości wyższe niż 0,5.

Źródło: opracowanie własne.

W każdym z modeli najwyższa skuteczność klasyfikacji mierzona miarą specyficzności występowała na zbiorze uczącym, zaś najniższa – na zbiorach wariantu III składających się z trudno rozróżnialnych dla modelu obiektów: „zdrowych” przedsiębiorstw o odstających wartościach wskaźników finansowych oraz przedsiębiorstw bankrutów.

Wyniki wskazują, że uwzględnienie informacji o mocy dyskryminacyjnej wskaźników finansowych w połączeniu z wielowymiarową metodą wykrywania wartości odstających dało najwyższą skuteczność klasyfikacyjną przedsiębiorstw budowlanych w Polsce w 2005 r.

## 5. Estymacja i ocena skuteczności klasyfikacyjnej modelu logitowego dla 2007 roku

Podobnie jak poprzednio w pierwszym etapie analizy dla 2007 r. na podstawie całej bazy (tj. 371 przedsiębiorstw – wariant I) oszacowano dwa modele logitowe. Wejściowy zbiór zmiennych objaśniających stanowiło 14 wskaźników finansowych (model  $M_{O.07.14}$ ) albo 7 wskaźników (model  $M_{O.07.7}$ ), mających moc dyskryminacyjną zgodnie z kryterium podanym w pkt 3 (por. tabela 2). Modele te oszacowano, ignorując problem wartości odstających ( $M_{O.07.14}$ ) lub biorąc pod

uwagę tylko moc dyskryminacyjną wskaźników finansowych ( $M_{O.07.7}$ ) przez uwzględnienie ich we wstępnym zbiorze zmiennych objaśniających.

W drugim etapie analizy zbudowano modele logitowe na podstawie zbiorów uzyskanych z wejściowej bazy przez usunięcie z niej przedsiębiorstw „zdrowych”, uznanych za obiekty odstające (wariant II). Analizę przeprowadzono osobno dla wyników uzyskanych po zastosowaniu jedno- (modele  $M_{K.07}$ ) lub wielowymiarowej (modele  $M_{G.07}$ ) metody wykrywania wartości odstających. Wejściowy zbiór zmiennych objaśniających zawierał 14 wskaźników (modele  $M_{K.07.14}$  i  $M_{G.07.14}$ ) lub 7 wskaźników o mocy dyskryminacyjnej (zob. tabela 2) – modele  $M_{K.07.7}$  i  $M_{G.07.7}$ .

Tabela 6. Zmienne objaśniające w oszacowanych modelach logitowych dla 2007 r.

Model	Zmienne objaśniające	Zbiór uczący
$M_{O.07.14}$	$R_{05} R_{06}$	wariant I
$M_{O.07.7}$	$R_{05} R_{06}$	wariant I
$M_{K.07.14}$	$R_{05} R_{06} R_{11} R_{14}$	wariant II
$M_{K.07.7}$	$R_{05} R_{06} R_{10} R_{14}$	wariant II
$M_{G.07.14}$	$R_{05} R_{06} R_{11}$	wariant II
$M_{G.07.7}$	$R_{05} R_{06} R_{08} R_{14}$	wariant II

Źródło: opracowanie własne.

Zmienne niezależne o statystycznie istotnym wpływie na zmienną zależną w oszacowanych modelach logitowych dla danych z 2007 r. zestawiono w tabeli 6. We wszystkich sześciu otrzymanych modelach wśród zmiennych objaśniających pozostają wskaźniki zadłużenia kapitału własnego ( $R_{05}$ ) oraz zadłużenia długoterminowego ( $R_{06}$ ). W modelach oszacowanych na zbiorach składających się z typowych (według danej metody) „zdrowych” przedsiębiorstw oraz przedsiębiorstw bankrutów, znajdują się także niektóre wskaźniki z grupy rentowności ( $R_{08}$  – wskaźnik rentowności netto, lub  $R_{10}$  – rentowności aktywów) oraz z grupy sprawności działania ( $R_{11}$  – wskaźnik rotacji należności, i/lub  $R_{14}$  – poziomu kosztów operacyjnych). Wskaźniki płynności nie mają statystycznie istotnego wpływu na klasyfikację przedsiębiorstw ze względu na kondycję finansową w 2007 r.

Podobnie jak wcześniej skuteczność klasyfikacyjna modeli  $M_{O.07.14}$  oraz  $M_{O.07.7}$  została oceniona z wykorzystaniem mierników wrażliwości i specyficzności na zbiorze uczącym wariantu I, natomiast pozostałych modeli logitowych – na całym zbiorze (wariant I), zbiorze uczącym (wariant II) i zbiorze kontrolnym (wariant III). Wyniki zamieszczono w tabeli 7.

Najwyższą wartość miernika wrażliwości (0,714, tj. 5 poprawnie zaklasyfikowanych przedsiębiorstw w złej kondycji finansowej) odnotowano w przypadku modelu logitowego  $M_{K.07.7}$  (por. tabela 7). Model ten oszacowano na podstawie zbioru wariantu II skonstruowanego za pomocą jednowymiarowej metody wykrywania wartości odstających (analiza kwantylowa) z wykorzystaniem wiedzy o mocy dyskryminacyjnej wskaźników finansowych. Pominięcie tej dodatkowej wiedzy doprowadziło do powstania modelu  $M_{K.07.14}$ , dla którego wartości miary wrażliwości są wyższe niż 0,5, co jest dobrym wynikiem na tle pozostałych modeli.

Tabela 7. Ocena skuteczności klasyfikacyjnej oszacowanych modeli logitowych za pomocą miary wrażliwości oraz miary specyficzności dla 2007 r.

Model	N	Wariant I		Wariant II		Wariant III	
		wrażliwość	specyficzność	wrażliwość	specyficzność	wrażliwość	specyficzność
$M_{O.07.14}$	371	0,143 (1)	0,997	×	×	×	×
$M_{O.07.7}$	371	0,143 (1)	0,997	×	×	×	×
$M_{K.07.14}$	169	<b>0,571 (4)</b>	0,923	<b>0,571 (4)</b>	1,000	<b>0,571 (4)</b>	0,861
$M_{K.07.7}$	246	<b>0,714 (5)</b>	0,913	<b>0,714 (5)</b>	0,996	<b>0,714 (5)</b>	0,760
$M_{G.07.14}$	335	0,286 (2)	0,995	0,286 (2)	1,000	0,286 (2)	0,944
$M_{G.07.7}$	335	0,286 (2)	0,962	0,286 (2)	0,997	0,286 (2)	0,639

Uwaga: jak w tabeli 5.

Źródło: opracowanie własne.

Tak jak poprzednio wartości miary specyficzności na zbiorach kontrolnych nie są wyższe niż na zbiorze uczącym. W wypadku zbiorów wariantu III miara specyficzności osiąga najniższe wartości dla danego modelu.

Wyniki otrzymane na podstawie badania przeprowadzonego dla danych z 2007 r. wskazują, że uwzględnienie informacji o mocy dyskryminacyjnej wskaźników finansowych – tym razem w połączeniu z jednowymiarową analizą kwantylową – znacznie poprawiło skuteczność klasyfikacyjną modeli logitowych.

## 6. Estymacja i ocena skuteczności klasyfikacyjnej modelu logitowego dla 2009 roku

W pierwszym etapie analizy dla danych z 2009 r. na podstawie bazy wariantu I oszacowano dwa modele logitowe, ignorując problem wartości odstających

(14 wskaźników finansowych w wejściowym zbiorze zmiennych objaśniających – model  $M_{O.09.7}$ ) lub uwzględniając tylko moc dyskryminacyjną wskaźników finansowych (7 wskaźników o mocy dyskryminacyjnej w wejściowym zbiorze zmiennych objaśniających – model  $M_{O.09.7}$ ).

W drugim etapie analizy zbudowano modele logitowe na podstawie zbiorów uzyskanych z wejściowej bazy przez usunięcie z niej „zdrowych” przedsiębiorstw uznanych za obiekty odstające – wariant II. Analizę przeprowadzono osobno dla wyników uzyskanych po zastosowaniu jedno- (modele  $M_{K.09}$ ) lub wielowymiarowej (modele  $M_{G.09}$ ) metody wykrywania wartości odstających. Wejściowy zbiór zmiennych objaśniających zawierał 14 (modele  $M_{K.09.14}$  i  $M_{G.09.14}$ ) lub 7 wskaźników o mocy dyskryminacyjnej (zob. tabela 2) – modele  $M_{K.09.7}$  i  $M_{G.09.7}$ .

Tabela 8. Zmienne objaśniające w oszacowanych modelach logitowych dla 2009 r.

Model	Zmienne objaśniające	Zbiór uczący
$M_{O.09.14}$	$R_{01} R_{04} R_{06} R_{09} R_{11} R_{13} R_{14}$	wariant I
$M_{O.09.7}$	$R_{07} R_{09} R_{11}$	wariant I
$M_{K.09.14}$	$R_{06} R_{07}$	wariant II
$M_{K.09.7}$	$R_{06} R_{14}$	wariant II
$M_{G.09.14}$	$R_{03} R_{09} R_{14}$	wariant II
$M_{G.09.7}$	$R_{06} R_{09} R_{11} R_{14}$	wariant II

Źródło: opracowanie własne.

Zestaw zmiennych niezależnych o statystycznie istotnym wpływie na zmienną zależną w otrzymanych modelach logitowych oszacowanych dla danych z 2009 r. zamieszczono w tabeli 8. Wraz z upływem czasu od momentu ogłoszenia upadłości przez badane przedsiębiorstwa – bankrutów, więcej wskaźników ma statystycznie istotny wpływ na klasyfikację przedsiębiorstw ze względu na ich kondycję finansową. Niemal w każdym modelu statystycznie istotny wpływ mają wskaźniki z grup: sprawności działania, zyskowności, a także zadłużenia. Wskaźniki płynności ( $R_{01}$  – płynności bieżącej, lub  $R_{03}$  – natychmiastowej wymagalności) występują tylko w dwóch modelach.

Tak jak poprzednio skuteczność klasyfikacyjną oszacowanych modeli oceniono z wykorzystaniem mierników wrażliwości i specyficzności (por. tabela 9). W modelach  $M_{O.09.14}$  oraz  $M_{O.09.7}$  mierniki te obliczono tylko na zbiorze uczącym wariantu I, natomiast w pozostałych modelach oszacowanych na podstawie zbiorów wariantu II – na całej bazie (wariant I), zbiorze uczącym (wariant II) i zbiorze kontrolnym (wariant III) (por. także tabela 3).

Na podstawie wyników zamieszczonych w tabeli 9 można stwierdzić, że najwyższą wartość miary wrażliwości (0,429, tj. 3 poprawnie zaklasyfikowane

przedsiębiorstwa w złej kondycji finansowej) odnotowano dla modeli logitowych oszacowanych na zbiorach wariantu II skonstruowanych z wykorzystaniem wiedzy o wartościach odstających uzyskanej za pomocą jednowymiarowej metody wykrywania wartości odstających ( $M_{K.09.14}$  i  $M_{K.09.7}$ ). Spośród wspomnianych dwóch modeli wyższą wartością miary specyficzności charakteryzuje się model, przy którego budowie wykorzystano wiedzę o mocy dyskryminacyjnej wskaźników finansowych. Modele  $M_{G.09.14}$  i  $M_{G.09.7}$  skonstruowane z wykorzystaniem wielowymiarowej metody wykrywania wartości odstających (funkcja głębi) z uwzględnieniem lub bez uwzględnienia wiedzy o mocy dyskryminacyjnej wskaźników finansowych, mają jeszcze niższą ocenę skuteczności klasyfikacyjnej (miara wrażliwości na poziomie 0,286) mimo dość wysokich na tle pozostałych modeli wartości miary specyficzności.

Tabela 9. Ocena skuteczności klasyfikacyjnej oszacowanych modeli logitowych za pomocą miary wrażliwości oraz miary specyficzności dla 2009 r.

Model	N	Wariant I		Wariant II		Wariant III	
		wrażliwość	specyficzność	wrażliwość	specyficzność	wrażliwość	specyficzność
$M_{O.09.14}$	371	0,143 (1)	1,000	×	×	×	×
$M_{O.09.7}$	371	0,000 (0)	1,000	×	×	×	×
$M_{K.09.14}$	181	0,429 (3)	0,896	0,429 (3)	0,948	0,429 (3)	0,847
$M_{K.09.7}$	243	0,429 (3)	0,901	0,429 (3)	1,000	0,429 (3)	0,719
$M_{G.09.14}$	335	0,286 (2)	0,984	0,286 (2)	1,000	0,286 (2)	0,833
$M_{G.09.7}$	335	0,286 (2)	0,975	0,286 (2)	1,000	0,286 (2)	0,750

Uwagi tak jak do tabeli 5.

Źródło: opracowanie własne.

Trzeba podkreślić, że wszystkie wartości miary wrażliwości w oszacowanych modelach dla danych z 2009 r. nie przekraczają progu 0,5. Można odnieść wrażenie, że tym razem zbudowane modele nie są dobrym narzędziem klasyfikacyjnym dla rozważanej grupy przedsiębiorstw budowlanych w Polsce. Należy jednak zwrócić uwagę, że 2009 r. to najdalszy punkt czasu od momentu ogłoszenia upadłości przez badane przedsiębiorstwa. Otrzymane wyniki mogą zatem sugerować, że przedsiębiorstwa, które były w złej kondycji finansowej na początku badanego okresu (do 2005 r.), po kilku latach (w 2009 r.) kondycję tę poprawiły. Z tego względu za pomocą zbudowanych modeli nie da się ich na ogół odróżnić od przedsiębiorstw w dobrej kondycji finansowej.

## 7. Podsumowanie

Podjęte badania są próbą odpowiedzi na pytania, w jaki sposób uwzględniać wartości odstające w ocenie kondycji finansowej przedsiębiorstw budowlanych w Polsce, oraz czy wybór metody wykrywania obiektów odstających ma wpływ na skuteczność klasyfikacyjną modelu logitowego w przypadku analizowania kondycji finansowej przedsiębiorstw budowlanych w Polsce.

W pracy przedstawiono wyniki badania przeprowadzonego na podstawie danych finansowych przedsiębiorstw budowlanych w Polsce w latach 2005, 2007 i 2009. Uzyskane wyniki sugerują przydatność uwzględniania wiedzy o wartościach odstających w badaniu kondycji finansowej przedsiębiorstw, co więcej – wskazują, że ignorowanie problemu wartości odstających prowadzi do niezadowolających wyników (tj. niskiej skuteczności klasyfikacyjnej modeli).

Wyniki uzyskane dla 2005 r. wskazują na najwyższą skuteczność klasyfikacyjną w wypadku modelu logitowego oszacowanego po zastosowaniu wielowymiarowej metody wykrywania przedsiębiorstw o wartościach odstających (funkcja głębi) w połączeniu z informacją o mocy dyskryminacyjnej wskaźników finansowych.

Wyniki uzyskane dla 2007 r. są nieco inne. Najwyższą skuteczność klasyfikacyjną odnotowano w wypadku modelu logitowego oszacowanego po zastosowaniu jednowymiarowej metody wykrywania wartości odstających (analiza kwantylowa) w połączeniu z informacją o mocy dyskryminacyjnej wskaźników.

Obliczenia wykonane dla 2009 r. wskazują na większą przydatność jednowymiarowej metody wykrywania wartości odstających (analiza kwantylowa) niż zastosowanej metody wielowymiarowej (funkcja głębi projekcyjnej). Wskazują również na poprawę skuteczności klasyfikacyjnej modeli, gdy wykorzystana zostaje wiedza o mocy dyskryminacyjnej wskaźników finansowych. Niestety dla danych z 2009 r. żaden z oszacowanych modeli nie osiągnął skuteczności klasyfikacyjnej bankrutów wyższej niż 50% (miara wrażliwości). Należy jednak zauważyć, że jest to najdalszy moment analizy od czasu ogłoszenia upadłości przez badane przedsiębiorstwa. Otrzymane wyniki sugerują, że działania podjęte przez większość analizowanych przedsiębiorstw są skuteczne. W rezultacie przedsiębiorstw tych na ogół nie da się odróżnić od przedsiębiorstw w dobrej kondycji finansowej. Szersza analiza tego zagadnienia jest przedmiotem dalszych badań autorów.

Drugi etap analiz zaprezentowanych w pkt 4–6 miał na celu sprawdzenie wpływu sposobu wykorzystania wiedzy o obiektach odstających na skuteczność klasyfikacyjną modeli logitowych. W szczególności rozważenie wejściowego zbioru zmiennych objaśniających, opartego na 13 lub 7 wskaźnikach finansowych o mocy dyskryminacyjnej, jest próbą wykorzystania wiedzy o obiektach

odstających w ujęciu jednowymiarowym bez tradycyjnej eliminacji obiektów z bazy. Badania przeprowadzone dla lat 2005 i 2007 wskazały, że podejście to (uwzględnienie informacji o obiektach odstających przez analizę mocy dyskryminacyjnej wskaźników finansowych) przyczyniło się do wyższej skuteczności klasyfikacyjnej modeli logitowych oszacowanych na zbiorach wariantu II utworzonych z wykorzystaniem jedno- (analiza kwantylowa) lub wielowymiarowej analizy (funkcja głębi).

Autorzy planują przeprowadzić podobne badania na bazie danych, w której kosztem zakresu czasowego zwiększony zostanie zbiór przedsiębiorstw w stanie upadłości. Rozważane jest także: rozszerzenie badania o wariant uwzględniający wszystkie lata łącznie, zwiększenie zbioru metod wykrywania wartości odstających oraz wzięcie pod uwagę innych metod szacowania parametrów w modelu logitowym (w tym metod odpornych na wartości odstające).

## Literatura

- Barnett V., Lewis T. [1994], *Outliers in Statistical Data*, John Wiley, New York.
- Ben-Gal I. [2005], *Outlier Detection [w:] Data Mining and Knowledge Discovery Handbook: A Complete Guide for Practitioners and Researchers*, red. O. Maimon i L. Rokach, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- De Andrés J., Sánchez-Lasheras F., Lorca P., De Cos Juez F.J. [2011], *A Hybrid Device of Self Organizing Maps (SOM) and Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS) for the Forecasting of Firms' Bankruptcy*, „Accounting and Management Information Systems”, vol. 10, nr 3.
- Grubbs F.E. [1969], *Procedures for Detecting Outlying Observations in Samples*, „Technometrics”, vol. 11, nr 1, <http://dx.doi.org/10.1080/00401706.1969.10490657>.
- Hampel F.R. [1971], *A General Qualitative Definition of Robustness*, „The Annals of Mathematical Statistics”, vol. 42, nr 6, <http://dx.doi.org/10.1214/aoms/1177693054>.
- Hampel F.R. [1974], *The Influence Curve and Its Role in Robust Estimation*, „Journal of the American Statistical Association”, vol. 69, nr 346, <http://dx.doi.org/10.1080/01621459.1974.10482962>.
- Hawkins D. [1980], *Identification of Outliers*, Chapman and Hall, London–New York.
- Hodge V.J., Austin J. [2004], *A Survey of Outlier Detection Methodologies*, „Artificial Intelligence Review”, vol. 22, nr 2, <http://dx.doi.org/10.1023/b:aire.0000045502.10941.a9>.
- John G.H. [1995], *Robust Decision Trees: Removing Outliers from Databases [w:] Proceedings of the First International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, red. U.M. Fayyad i R. Uthurusamy, AAAI Press, Menlo Park, CA.
- Johnson R., Wichern D.W. [1992], *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
- Kaufman L., Rousseeuw P.J. [1990], *Finding Groups in Data: An Introduction to Cluster Analysis*, Wiley, New York.



- Kosiorowski D. [2012], *Statystyczne funkcje głębi w odpornej analizie ekonomicznej*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Seria specjalna: Monografie, nr 208, Kraków.
- Pawelek B., Kostrzewska J., Lipieta A. [2015], *The Problem of Outliers in the Research on the Financial Standing of Construction Enterprises in Poland* [w:] *Proceedings of the 9th Professor Aleksander Zeliaś International Conference on Modelling and Forecasting of Socio-economic Phenomena*, red. M. Papież i S. Śmiech, Foundation of the Cracow University of Economics, Cracow.
- Pociecha J., Pawelek B., Baryła M., Augustyn S. [2014], *Statystyczne metody prognozowania bankructwa w zmieniającej się koniunkturze gospodarczej*, Fundacja Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Ramaswamy S., Rastogi R., Shim K. [2000], *Efficient Algorithms for Mining Outliers from Large Data Sets* [w:] *Proceedings of the 2000 ACM SIGMOD International Conference on Management of Data*, May 16–18, 2000, Dallas, Texas, red. W. Chen, J. Naughton i P.A. Bernstein, Association for Computing Machinery, New York.
- Shumway T. [2001], *Forecasting Bankruptcy More Accurately: A Simple Hazard Model*, „The Journal of Business”, vol. 74(1).
- Spicka J. [2013], *The Financial Condition of the Construction Companies before Bankruptcy*, „European Journal of Business and Management”, vol. 5, nr 23.
- Tsai Ch.F., Cheng K.Ch. [2012], *Simple Instance Selection for Bankruptcy Prediction*, „Knowledge-Based Systems”, vol. 27, <http://dx.doi.org/10.1016/j.knosys.2011.09.017>.
- Tukey J.W. [1977], *Exploratory Data Analysis*, Addison-Wesley, Reading, PA.
- Williams G.J., Baxter R.A., He H.X., Hawkins S., Gu L. [2002], *A Comparative Study of RNN for Outlier Detection in Data Mining*, IEEE International Conference on Data-mining (ICDM'02), Maebashi City, Japan, CSIRO Technical Report CMIS-02/102.
- Wu Y., Gaunt C., Gray S. [2010], *A Comparison of Alternative Bankruptcy Prediction Models*, „Journal of Contemporary Accounting and Economics”, vol. 6, nr 1, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jcae.2010.04.002>.
- Yu Q., Miche Y., Séverin E., Lendasse A. [2014], *Bankruptcy Prediction Using Extreme Learning Machine and Financial Expertise*, „Neurocomputing”, vol. 128, <http://dx.doi.org/10.1016/j.neucom.2013.01.063>.
- Zuo Y. [2003], *Projection-Based Depth Functions and Associated Medians*, „The Annals of Statistics”, vol. 31, nr 5, <http://dx.doi.org/10.1214/aos/1065705115>.
- Zuo Y., Serfling R. [2000], *General Notions of Statistical Depth Functions*, „The Annals of Statistics”, vol. 28, nr 2, <http://dx.doi.org/10.1214/aos/1016218226>.

## **The Problem of Outliers in Research on the Financial Standing of Construction Enterprises in Poland**

(Abstract)

The results of an analysis of financial standing can be used to study the threat of going bankrupt. Financial indicators are used to evaluate enterprises' financial standing. Thus, the data from financial statements is the basis for the examination of the financial position. The evaluation of data quality includes the identification of outliers, among other factors. This article presents the results of an empirical study done on how the method of detecting and eliminating outliers chosen influences the effectiveness of a logit model

constructed on the basis of samples that either included the outliers or left them out. The research for the paper employed one- and multi-dimensional methods of detecting outliers and their combinations with an analysis of the discriminatory power of the financial indicators. Classification effectiveness of the logit model was assessed by sensitivity and specificity measures. The research covered the years 2005, 2007 and 2009.

**Keywords:** outliers, financial standing, financial indicator, logit model, classification.



*Anna Jędrzychowska*

Katedra Ubezpieczeń  
Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

*Radosław Pietrzyk*

Katedra Inwestycji Finansowych i Zarządzania Ryzykiem  
Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

# Miarkowanie odszkodowania za utracone dochody z wykorzystaniem prognozy dochodów

## Streszczenie

Wysokość odszkodowania, które powinna otrzymać osoba poszkodowana, składa się z kilku elementów. Jednym z nich, gdy poszkodowany nie jest zdolny do pracy, jest wysokość dochodów, które utracił. Aby odszkodowanie było dobrze ustalone, warto posłużyć się w jego ustalaniu wartością pieniądza w czasie i dynamiką wzrostu wynagrodzeń w sektorze, w którym pracował poszkodowany. Należy również wziąć pod uwagę inflację.

W artykule przeprowadzono symulacje pokazujące różnice między podejściem, które nie uwzględnia wymienionych czynników, a podejściem, które te czynniki uwzględnia. Pierwsze podejście jest często używane przez polski wymiar sprawiedliwości w ustalaniu wysokości renty odszkodowawczej. Drugie jest propozycją lepszego zabezpieczenia osoby poszkodowanej, która utraciła zdolność do pracy.

**Słowa kluczowe:** renta, świadczenie odszkodowawcze, finanse osobiste, szkody osobowe.

## 1. Wprowadzenie

Prawo cywilne (w Polsce spisane w ustawie Kodeks cywilny) przewiduje, że każdy poszkodowany z winy innego może domagać się zadośćuczynienia w formie pieniężnego odszkodowania. W szczególności dotyczy to utraty dóbr majątkowych i osobistych, a źródłem strat może być tak szkoda na osobie, jak i na mieniu. Jednym z typów tych odszkodowań są odszkodowania za utratę przyszłych dochodów. Wysokość tego odszkodowania mierzona jest jako suma dochodów w przyszłości, które byłyby dostępne dla poszkodowanego, w sytuacji gdyby szkoda nie nastąpiła.

W polskich sądach szkody w odniesieniu do utraty przyszłych dochodów są szacowane intuicyjnie i nie są ilościowo odnoszone do sytuacji gospodarczej. Ponadto świadczenia przyznawane z tytułu utraconych dochodów najczęściej nie uwzględniają wartości pieniądza w czasie i ewentualnego realnego wzrostu dochodów poszkodowanego w przypadku niewystąpienia zdarzenia rodzącego odpowiedzialność cywilną sprawcy. Zasadne zatem jest indeksowanie świadczenia w celu zachowania jego realnej wartości. Niemniej ważne jest również utrzymanie standardu życia poszkodowanego przed zdarzeniem, jak również wyrównanie przyrostu jego dochodu, jaki mógłby mieć miejsce, gdyby do zdarzenia nie doszło.

Wiążą się z tym co najmniej dwa wyzwania. Pierwsze z nich dotyczy właściwego ustalenia rodzaju indeksacji świadczenia, drugie – ustalenia obecnej wartości przyznanego świadczenia rentowego z powodu działania czynników ryzyka, takich jak długość życia poszkodowanego czy zmienność wskaźników wzrostu świadczenia.

Celem niniejszego artykułu jest pokazanie wagi problemu przyznawania rentowych świadczeń odszkodowawczych z tytułu utraconych dochodów i skutków ich niewłaściwego szacowania, jak również przedstawienie propozycji zobiektywizowanego systemu ich ustalania.

## 2. Przegląd rozwiązań stosowanych na świecie

W tej części zaprezentowano krótkie opisy rozwiązań stosowanych w omawianym obszarze w Wielkiej Brytanii i Stanach Zjednoczonych. W pierwszym z systemów (podobnie jak w Polsce) zdecydowanie popiera się wypłaty dla poszkodowanego w systemie renty, zaś w drugim – wypłatę jednorazową opartą na wartości obecnej świadczenia rentowego.

Wielka Brytania jest przykładem kraju, który w kalkulacji strat ekonomicznych przyjął zestaw mnożników opartych na podstawach aktuarialnych. Brak

spójności w zasądzanych wyrokach doprowadził do powołania w latach 70. i 80. XX w. komisji, której celem było wprowadzenie reformy i wsparcie wyceny strat aktuarialną bazą. W efekcie prac reformatorskich w 1984 r. ukazało się pierwsze wydanie tablic Ogdena (*The Ogden Tables – Actuarial Tables with explanatory notes for use in Personal Injury and Fatal Accident Cases*). Mają one być pomocą dla tych, którzy szacują ryczałtową kwotę mającą stanowić odpowiednią rekompensatę za powstałe w konsekwencji szkody na osobie straty majątkowe – głównie utracone dochody i koszty wtórne, jak również koszty opieki<sup>1</sup>. Tabele zostały przygotowane przez grupę roboczą pod przewodnictwem sir Michela Ogdena, obejmującą aktuariuszy i prawników pracujących w ramach Government Actuary's Department. Koncepcja tabel opiera się na czynnikach zwanych mnożnikami, które są wykorzystywane do ustalenia ryczałtowego ekwiwalentu skapitalizowanej wartości bieżącej przyszłych strat w ujęciu rocznym (netto w przypadku utraconych zarobków i emerytur). Mnożniki oparte są na prognozach przyszłych współczynników umieralności ludności w Wielkiej Brytanii oraz ewentualnie także innych czynników dyskontujących, wpływających na ryzyko śmiertelności.

Od tego czasu tworzono kolejne, udoskonalane wydania tablic (w 2011 r. ukazało się siódme wydanie), nad którymi pracowały interdyscyplinarne grupy aktuariuszy, prawników, księgowych i ubezpieczycieli. Sędziowie nie byli zobowiązani do korzystania z tablic Ogdena aż do 1999 r., kiedy to Izba Lordów zatwierdziła tablice jako podstawową metodę obliczania przyszłej straty majątkowej i postawiła wymagania, by sędziowie używali tablic w ustalaniu swojej opinii.

Tabele przez lata wymagały modyfikacji i ulepszeń zgodnie z obserwowanymi problemami wynikającymi z ich stosowania w praktyce i analizami ekonomistów. Pierwsze wydanie nie uwzględniało ryzyka utraty zatrudnienia i różnicowań regionalnych, a jedynie ryzyko śmierci. W następnych edycjach uwzględniono takie czynniki korygujące, jak: ryzyko bezrobocia, zróżnicowanie terytorialne aktywności gospodarczej, wiek, choroby czy edukacja. Uaktualniano także założenia dotyczące dalszego trwania życia. Tabele edycji siódmej (z 2011 r.) nie uwzględniają jednak innych czynników ryzyka i zmiennych kolei życia, takich jak możliwość, że poszkodowany będzie okresowo pozostawał bez dochodów z powodu złego stanu zdrowia lub utraty pracy czy opieki nad dziećmi. Tym samym zwraca się uwagę, że tablice mimo wielu modyfikacji wciąż mają pewne niedoskonałości i ograniczenia. W literaturze znaleźć można polemikę z tą metodą, np. w pracach: [Luckett i Craner 1994, Haberman i Bloomfield 1990, Ritchie 1994].

---

<sup>1</sup> 10 października 2011 r. opublikowano siódme wydanie tablic Ogdena: [http://www.gad.gov.uk/Documents/Other%20Services/Ogden%20Tables/Ogden\\_Tables\\_7th\\_edition.pdf](http://www.gad.gov.uk/Documents/Other%20Services/Ogden%20Tables/Ogden_Tables_7th_edition.pdf).

Natomiast w Stanach Zjednoczonych utracone dochody obliczane są co do zasady na podstawie wynagrodzenia brutto, a większość stanów wymaga dyskontowania utraconych zarobków, usług i przyszłych kosztów leczenia do wartości bieżących. W Wielkiej Brytanii istnieje jeden system mnożników bezpośrednio dostępny dla sądu jako baza dla kalkulacji, w Stanach Zjednoczonych zaś kalkulacja dokonywana jest przez ekspertów, tzw. sądowych ekonomistów – głównie z zakresu finansów, aktuariatu i innych (np. psychologów w zakresie szkód niemajątkowych) – indywidualnie dla każdego przypadku i różni się w poszczególnych jurysdykcjach stanowych z uwagi na odrębność regulacji. Pełne opracowanie omawianego systemu prezentuje J.O. Ward [2009], zaś przykłady analiz ekonomicznych dla poszczególnych stanów znaleźć można w pracach: [Kucsma i Tinari 2010, Spizman i Tinari 2011], a także [Anderson i Roberts 1989, Bryan i Linke 1988, Lane i Glennon 1985, Gilbert 1994 i 1997, Thornton, Rodgers i Brookshire 1997, Rodgers, Brookshire i Thornton 1996].

W literaturze podkreśla się, że model wyceny ze Stanów Zjednoczonych skupia się na ustaleniu zadośćuczynienia za uszczerbek w kapitale ludzkim. Dlatego też ustalenie wysokości utraconych dochodów skupia się nie tylko na nominalnej ich wartości, ale również na ich dynamice i utraconych perspektywach ich wzrostu. Podkreśla się więc doświadczenie i ścieżkę zawodową poszkodowanego i wskazuje się na dynamiczny rozkład w czasie dochodów i ich wzrostu wraz z rozwojem pracownika. Podkreśla się również, że czynniki niezwiązane bezpośrednio z poszkodowanym (np. wiek, płeć, edukacja, zawód, doświadczenie, miejsce zamieszkania) oraz rozwój całej gospodarki mają wpływ na dochody, które w przyszłości uzyskiwałyby poszkodowany (więcej w: [Nelson i Patton 1990, Mullett, Nelson i Patton 1990, Gohmann, McCrickard i Slesnick 1998]).

Ważnym narzędziem stosowanym w ustalaniu utraconych dochodów są tablice przyszłego trwania pracy zawodowej (*worklife table*) opublikowane przez Bureau of Labor Statistics (BLS) (por. [Smith 1982]). Tabele te zawierają oszacowanie oczekiwanej liczby lat, które osoba w danym wieku pozostanie na rynku pracy aż do przejścia na emeryturę lub śmierci.

Jakkolwiek nie ma w Stanach Zjednoczonych systemowego modelu ustalania wysokości świadczeń za straty majątkowe na wzór brytyjski, to pewien obraz prób poszukiwania rozwiązań systemowych dają specjalne plany kompensacji szkód wynikających ze zdarzeń, w których liczba poszkodowanych była znaczna (katastrofy, szkody wyrządzone przez produkt niebezpieczny). Plany te mają na celu zmniejszenie liczby procesów sądowych. Opierają się na standaryzacji świadczeń, ujednoczeniu zasad ich przyznawania. Dotyczą strat o charakterze majątkowym i niemajątkowym. Kompensację ustala się często w uproszczony sposób ryczałtowy, czasem też bez rozdzielania poszczególnych składowych.

Więcej informacji na temat wspomnianych planów znaleźć można w pracy R. Minnechan [2009]. Przykładem planu kompensacyjnego zawierającego wyodrębniony moduł kalkulacji strat majątkowych, które okazały się dużo bardziej znaczącą co do wartości pozycją w świadczeniach, był Fundusz Odszkodowań dla Ofiar 11 września 2001 r. (9/11 Victim Compensation Fund – VCF; zob. [Tinari, Cahill i Grivoyannis 2006]). Kompensacja – obejmująca szkody tak o charakterze majątkowym, jak i niemajątkowym – warunkowana była zrzeczeniem się prawa do pozwania amerykańskich podmiotów takich jak linie lotnicze. Fundusz był jednym z elementów szerszego projektu wprowadzonego ustawą *Air Transportation Safety and System Stabilization Act*, który miał stanowić alternatywny system kompensacji w sektorze przewozów lotniczych po atakach terrorystycznych z 2001 r., z założenia bez konieczności wykazywania winy. W zakresie strat o charakterze majątkowym kompensacja opierała się na kwantyfikacji utraty przyszłych zarobków lub świadczeń emerytalnych, tak w przypadku śmierci, jak i obrażeń ciała czy rozstroju zdrowia. Świadczenia standaryzowano przez ustalenie pięciu tabel określających domniemany poziom należnego skumulowanego świadczenia – zależnie od wieku, dochodów i wielkości gospodarstwa domowego, z wykorzystaniem standardowych wskaźników wzrostu i stóp dyskontowych.

Warto dodać, że J.O. Ward [2009] dokonuje też porównania wyników kalkulacji na podstawie dwóch źródeł: tablic Ogdena (edycja szósta) i tablic funduszu VCF. Wnioski z porównania, które wynikają z zakresu uwzględnianych czynników, są takie, że tabele VCF i tablice Ogdena nie uwzględniają wykształcenia, a tablice Ogdena dodatkowo bezrobocia i wpływu niepełnosprawności na cykl życia zawodowego. W ocenie J.O. Warda tablice Ogdena wydają się nie w pełni kompensować straty w przypadku osób młodych, a przewartościowywać straty w przypadku starszych pracowników. J.O. Ward podkreśla też, że o ile tablice zapewniają przewidywalność i spójność, o tyle mocną stroną amerykańskiej metodologii kalkulacji jest to, że była przedmiotem badań ekonomistów „w tyglu sali sądowej”, a jej koncepcje są tematem bieżącej debaty i podlegają publicznej krytyce (por. [Lewis i in. 2002]).

### 3. Charakterystyka badania i zastosowane metody badawcze

Do ustalania wielkości świadczenia z tytułu utraconych dochodów dla osoby poszkodowanej wykorzystuje się najczęściej model renty dożywotniej. Świadczenie to powinno pokrywać wszystkie utracone dochody oraz zwiększone koszty utrzymania poszkodowanego. W niniejszym artykule rozważania zostaną przeprowadzone wyłącznie w odniesieniu do utraconych dochodów.



Należy pamiętać, że świadczenie powinno pokrywać jedynie różnice pomiędzy dotychczasowym poziomem dochodu netto a świadczeniami wypłacanymi np. z systemu ubezpieczeń społecznych (np. renta z tytułu niezdolności do pracy). Ciężar wypłaty przyznanego świadczenia spoczywa na sprawcy szkody, chyba że posiada on ubezpieczenie od odpowiedzialności cywilnej, kiedy to zobowiązanie zostaje przejęte przez ubezpieczyciela (do wysokości sumy gwarancyjnej).

Podstawę ustalenia wartości przyznanej renty stanowią powinny dwie składowe: wysokość miesięcznego świadczenia oraz sposób indeksowania. Podstawę naliczenia miesięcznego świadczenia w tej rencie stanowią mogą co do zasady:

- w przypadku osoby zatrudnionej – jej dotychczasowe wynagrodzenie netto lub ubytek wynagrodzenia w przypadku utraty jego części;

- w przypadku osoby pracującej na podstawie zawartych umów cywilnoprawnych, samozatrudnionej, prowadzącej działalność gospodarczą lub gospodarstwo rolne – jej uśredniony miesięczny dochód netto z tej działalności (np. średnia z ostatniego roku lub z okresu dłuższego, jeżeli poszkodowany wskazał okoliczności to uzasadniające);

- w przypadku osób nieposiadających dochodów (np. bezrobotnych, bez kwalifikacji) – świadczenie równe minimalnej płacy netto w gospodarce;

- w przypadku osób małoletnich, uczących się – świadczenie równe średniemu wynagrodzeniu netto w gospodarce.

W przypadku osób pochodzących z dwóch pierwszych grup takie podejście wydaje się naturalne i jest powszechnie stosowane, gdyż zdarzenie powodujące niezdolność do pracy nie powinno pogorszyć sytuacji materialnej poszkodowanego. Dyskusyjną kwestią jest określenie wysokości świadczenia dla osób niepracujących. Nie ma bowiem możliwości wskazania wprost wartości utraconych dochodów. Niemniej jednak nie można przyjąć, że osoba ta nie podjęłaby pracy w przyszłości, a bezsprzecznie zdarzenie to uniemożliwi jej to w przyszłości. Dlatego też propozycją może być przyjęcie za podstawę świadczenia minimalnego wynagrodzenia w gospodarce w przypadku osób długotrwale bezrobotnych, a w przypadku osób mających krótkotrwałą przerwę w zatrudnieniu – średnie wynagrodzenie netto, np. z ostatniego rocznego okresu zatrudnienia. Kolejną grupą są osoby małoletnie oraz pełnoletnie uczące się, które nie podjęły jeszcze zatrudnienia. W ich przypadku nie ma możliwości określenia nawet orientacyjnej wielkości dochodów, jakie by osiągały. Nie można też zakładać, że osoby te osiągałyby dochody na najniższym poziomie. Zasadne więc wydaje się przyjęcie za podstawę świadczenia rentowego średniego wynagrodzenia netto w gospodarce.

Podejmując rozważania nad drugim problemem, tj. sposobem indeksowania, należy wskazać, że indeksacja ta powinna utrzymać realną wartość świadczenia rentowego, jak również odzwierciedlać przyszły potencjalny wzrost dochodów netto. Po pierwsze przyznawane świadczenia powinny być zatem kapitalizowane

stopą inflacji. Nie jest to jednak wystarczające, gdyż należy uwzględnić, że dochody poszkodowanego mogłyby ulegać zmianie, a w szczególności zwiększać swoją realną wartość. Należy zatem w indeksacji uwzględnić również realne tempo wzrostu świadczenia rentowego przez wzięcie pod uwagę tempa wzrostu wynagrodzeń w gospodarce. Tempo to może być jednak odzwierciedlone w różny sposób, w zależności od przynależności poszkodowanego do ww. grup oraz ewentualnie branży, w której był zatrudniony. W przypadku dwóch pierwszych grup za typowe realne tempo wzrostu wynagrodzeń można przyjąć wskaźnik wzrostu płac dla całej gospodarki, natomiast w sytuacji gdy poszkodowany był zatrudniony w specyficznym sektorze gospodarki, dla którego jest publikowany wskaźnik wzrostu płac, wskaźnik dla tego sektora. W przypadku przyznania świadczenia w wysokości minimalnego wynagrodzenia netto w gospodarce tempo wzrostu powinno być zgodne z tempem podwyższania tego wynagrodzenia. W przypadku świadczenia na poziomie średniego wynagrodzenia netto indeksacja powinna być zgodna z tempem wzrostu tego wynagrodzenia w gospodarce.

W przypadku zastosowania różnych wskaźników indeksacji konieczne jest również dostosowanie częstotliwości indeksacji świadczenia do tych wskaźników. Część z nich jest podawana w okresach miesięcznych (np. tempo wzrostu wynagrodzeń, inflacja) lub w okresach rocznych (np. wzrost minimalnego wynagrodzenia). W przypadku przyjęcia indeksacji świadczeń rentowych raz w roku konieczne jest zatem przeliczenie miesięcznych wskaźników indeksacji na średnioroczne.

Rentowe świadczenie odszkodowawcze może być wypłacane okresowo lub jednorazowo. W przypadku wypłaty jednorazowej należy przyjąć wartość bieżącą rent okresowych (kapitalizowanych zgodnie z powyższymi propozycjami) wypłacanych do momentu oczekiwanego czasu życia zgodnie z tablicami trwania życia, daną wzorem (1):

$$PVA_m = \begin{cases} v^m pq \frac{q^m - d^m}{q - d} & q \neq d, \\ mp & q = d, \end{cases} \quad (1)$$

gdzie:

$p$  – wartość świadczenia rentowego w pierwszym okresie miesięcznym,

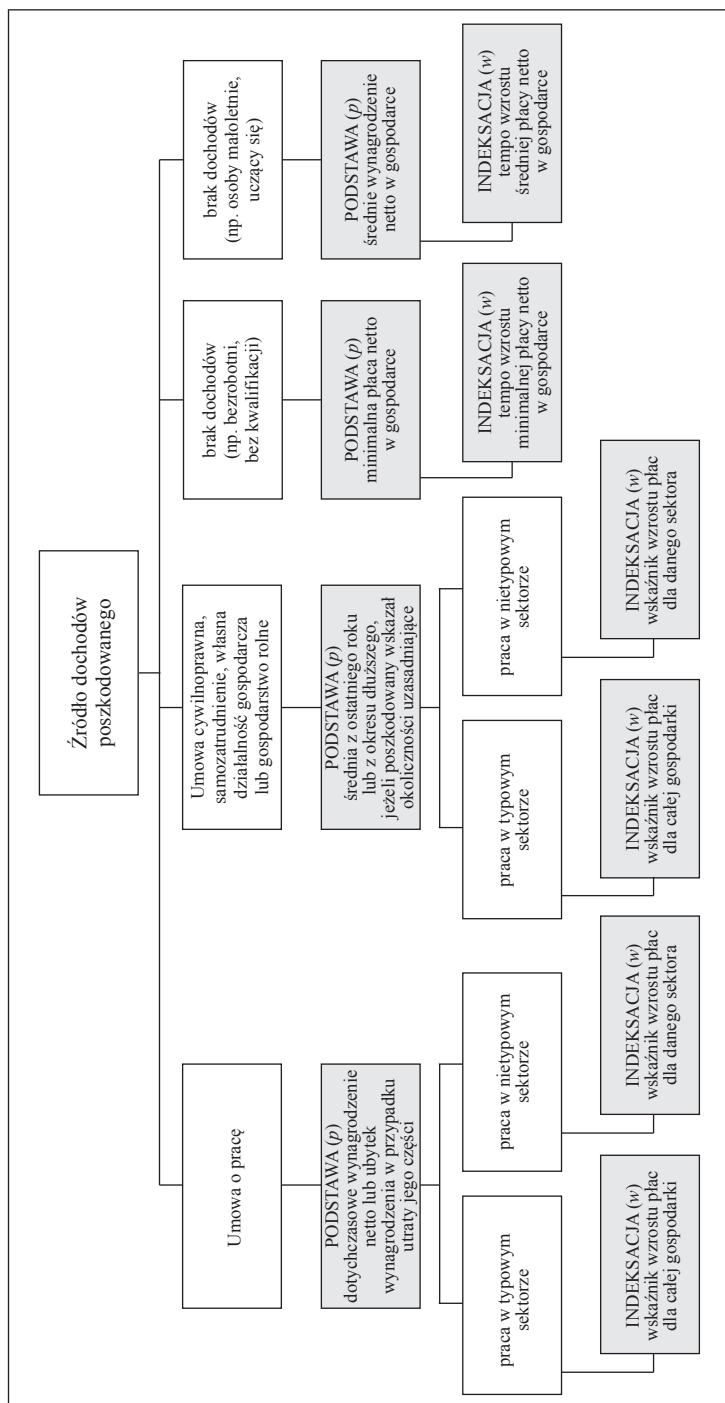
$q = 1 + i$ , gdzie  $i$  – miesięczny wskaźnik inflacji,

$d = 1 + w$ , gdzie  $w$  – miesięczny wskaźnik wzrostu płac,

$v = 1/q$ ,

$m$  – liczba miesięcy wypłaty renty.

Problemem takiego sposobu wypłaty jest konieczność określenia długoterminowej prognozy inflacji oraz tempa wzrostu świadczenia, które posłużyłyby



Rys. 1. Schemat ustalania podstawy (p) i indeksacji (w) świadczenia odszkodowawczego

Źródło: opracowanie własne.

do określenia wartości bieżącej tego świadczenia. W tym celu jako prognozami można posłużyć się oszacowaniami średnich historycznych z długiego okresu. Niemniej jednak w krajach takich jak Polska ze względu na specyfikę ostatnich 25 lat transformacji gospodarczej dane historyczne mogą być nieadekwatne do prognozowania (długoletnia walka z wysoką inflacją oraz wysokie tempo wzrostu płac w gospodarce spowodowane dużą dynamiką rozwoju gospodarczego). Wadami tego sposobu wypłaty dla poszkodowanego mogą być: nieracjonalne wykorzystanie środków ze świadczenia (przedwczesna konsumpcja i niezabezpieczenie środków na przyszłość), utrata stałego dochodu, który to może stanowić podstawę ustalania zdolności kredytowej, ekspozycja na ryzyko długowieczności (życie powyżej wieku, który został wykorzystany w kalkulacji wartości obecnej świadczenia jednorazowego). Wypłata jednorazowa stanowi również pewne zagrożenie dla systemu opieki społecznej, gdyż w przypadku przedwczesnego wyczerpania środków ze świadczenia poszkodowany może stać się beneficjentem tego systemu.

Głównym problemem związanym z okresową wypłatą świadczenia jest niepewność co do całkowitej jego wysokości (nieznany czas wypłat oraz wielkość okresowych świadczeń). Powoduje to konieczność utworzenia rezerw i zarządzania nimi przez zakłady ubezpieczeń. Kolejnym problemem jest możliwość wyczerpania się sumy gwarancyjnej i powrót roszczenia do sprawcy szkody. Sytuacja ta jest o tyle niekorzystna dla poszkodowanego, że sprawca szkody może być w przyszłości niezdolny do dalszego wypłacania świadczenia lub może już nie żyć.

Na rys. 1 zaprezentowano schemat, zgodnie z którym należałoby postępować przy ustalaniu wysokości odszkodowania z tytułu utraconych dochodów. Schemat pozwala na ustalenie dwóch wartości wykorzystywanych we wzorze (1), tj.  $p$  i  $w$ .

#### 4. Przykłady empiryczne

Powyższe rozważania zilustrowane zostaną trzema przykładami opartymi na rzeczywistych sprawach odszkodowawczych zaczerpniętych z polskiego systemu sądownictwa. Symulacje opracowane na podstawie tych przykładów mają na celu ukazanie różnicy w wartości świadczeń przyznawanych zgodnie z dotychczasową praktyką sądowniczą oraz propozycją przedstawioną w niniejszym artykule.

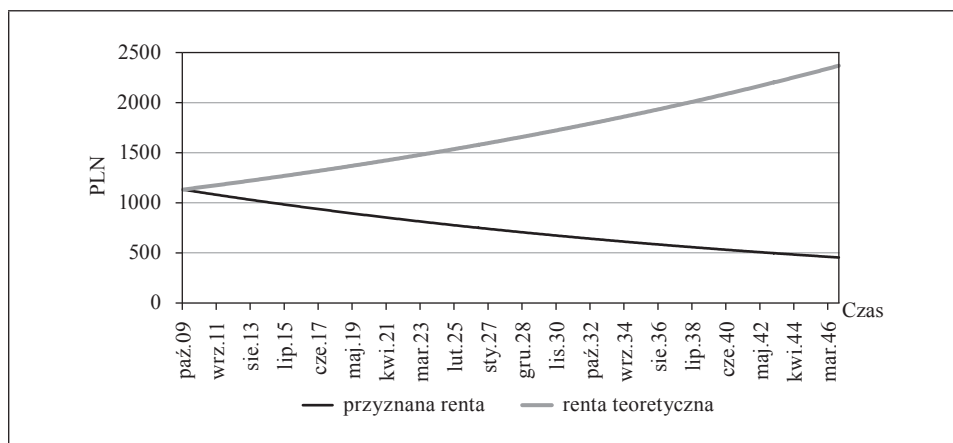
Do kalkulacji przyjęto następujące założenia. Za prognozę średniego miesięcznego wzrostu płac w gospodarce przyjęto średni miesięczny wskaźnik wzrostu płac w sektorze przedsiębiorstw oszacowany na podstawie danych historycznych (0,373% miesięcznie). W celu ukazania wartości realnej świadczeń

wykorzystano długoterminową prognozę inflacji (wskaźnik CPI) przez przyjęcie tego wskaźnika na poziomie celu inflacyjnego określonego przez Radę Polityki Pieniężnej (2,5% rocznie). W przykładach za wysokość pierwszego miesięcznego świadczenia rentowego przyjęto kwotę przyznaną przez sąd. Pominięto rozważania na temat zasadności jej wielkości.

### Przypadek 1

Przypadek 1 dotyczy utraty dochodów przez 37-letnią kobietę. W chwili wypadku komunikacyjnego była osobą bezrobotną, mającą podjąć pracę jako grafik komputerowy z wynagrodzeniem netto ok. 2000 PLN. Sąd przyznał poszkodowanej rentę z tytułu utraconych dochodów w wysokości 1132 PLN miesięcznie jako uzupełnienie świadczenia rentowego z ZUS wynoszącego 867,18 PLN.

W symulacji przyjęto, że przewidywany dalszy czas trwania życia (zgodnie z tablicami trwania życia) dla tej osoby wynosi 45 lat, a zatem szacowana liczba miesięcy wypłat renty wynosi 540. Na rys. 2 zaprezentowano kształtowanie się wartości realnej przyznanego miesięcznego świadczenia z teoretyczną wartością tego świadczenia kapitalizowanego prognozą miesięcznego wskaźnika wzrostu płac w sektorze przedsiębiorstw.

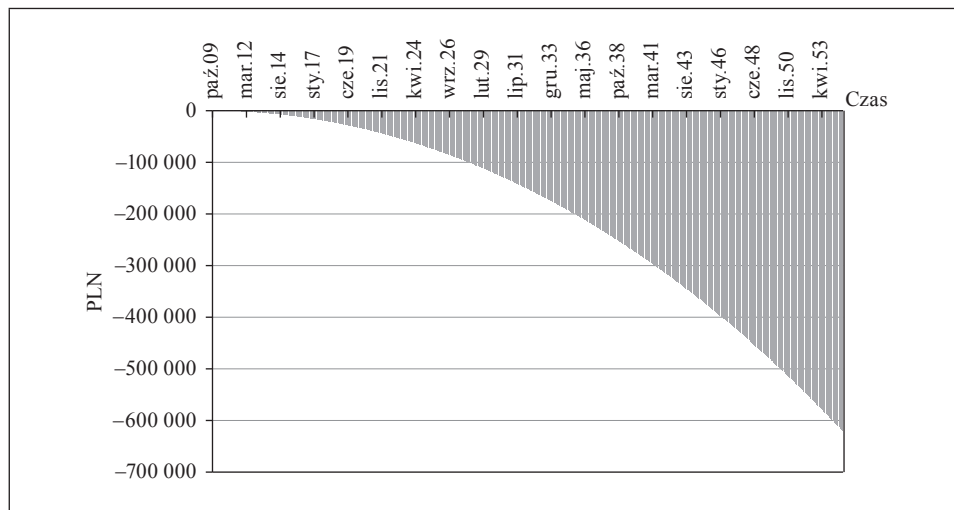


Rys. 2. Wartość realna renty dożywotniej (przypadek 1)

Źródło: opracowanie własne.

Na użytek wypłaty jednorazowej oszacowano wartość obecną świadczenia rentowego. Obliczeń dokonano dla oczekiwanego dalszego trwania życia oraz dyskontując przyszłe wypłaty prognozowanym wskaźnikiem inflacji. Wartość obecną zasądzonej renty wyniosła 369 417 PLN, a kapitalizowanej renty teore-

tycznej 989 458 PLN. W rozważanym przykładzie zaniżenie świadczenia w wartościach realnych w skali całego okresu wyniosło 620 041 PLN (w odniesieniu do oczekiwanej dalszej długości życia). Narastanie niedoboru prezentuje rys. 3. Brak kapitalizacji renty przyznanej przez sąd skutkuje powstawaniem skumulowanego niedoboru w dochodach gospodarstwa domowego, a co za tym idzie – pogarszanie się standardu życia tego gospodarstwa.



Rys. 3. Skumulowany niedobór z tytułu przyznanej renty (przypadek 1)

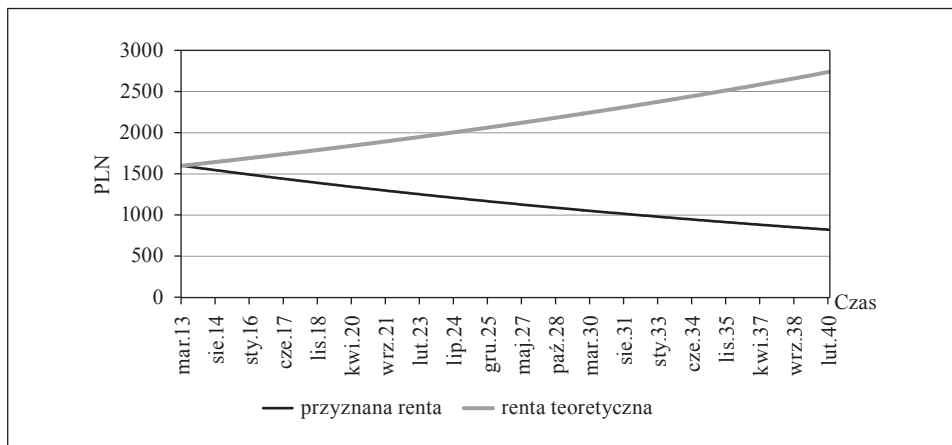
Źródło: opracowanie własne.

### Przypadek 2

Bezrobotny, 49-letni mężczyzna na skutek błędu lekarskiego powodującego utratę zdrowia został uznany za niezdolnego do pracy. Złożył wniosek o odszkodowawcze świadczenie rentowe na poziomie płacy minimalnej w gospodarce. Została mu przyznana przez sąd renta miesięczna w wysokości 1600 PLN (z tytułu utraty dochodów i zwiększenia wydatków<sup>2</sup>). W symulacji przyjęto, że przewidywany dalszy czas trwania życia tego mężczyzny wynosi 27 lat, co skutkuje 324 miesięcznymi wypłatami.

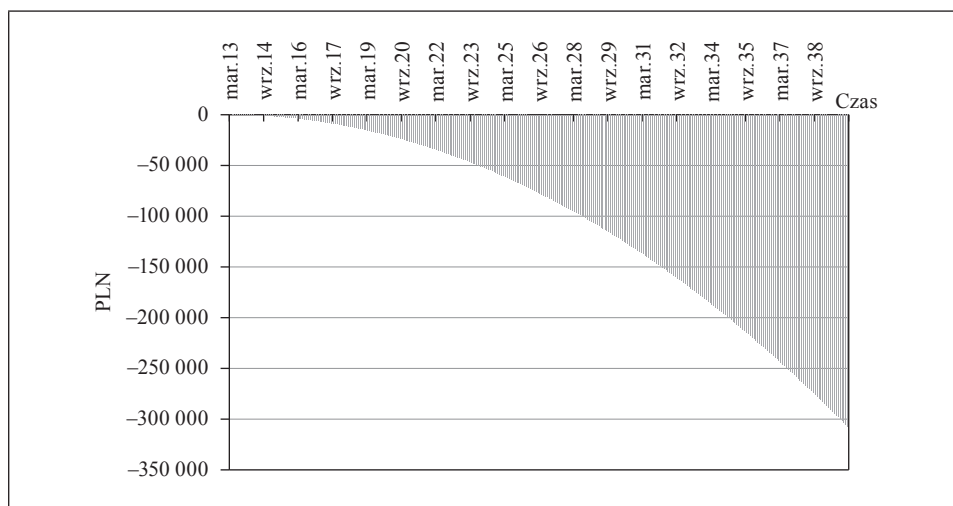
Rys. 4 prezentuje różnicę w kształtowaniu się wartości realnej renty zasądzonej i teoretycznej.

<sup>2</sup> W wyroku sądowym brak informacji pozwalających na określenie, jaka część przyznanej kwoty odpowiada utraconym dochodom. W dalszej części symulacji posłużono się pełną kwotą przyznanego świadczenia.



Rys. 4. Wartość realna renty dożywotniej (przypadek 2)

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 5. Skumulowany niedobór z tytułu przyznanej renty (przypadek 2)

Źródło: opracowanie własne.

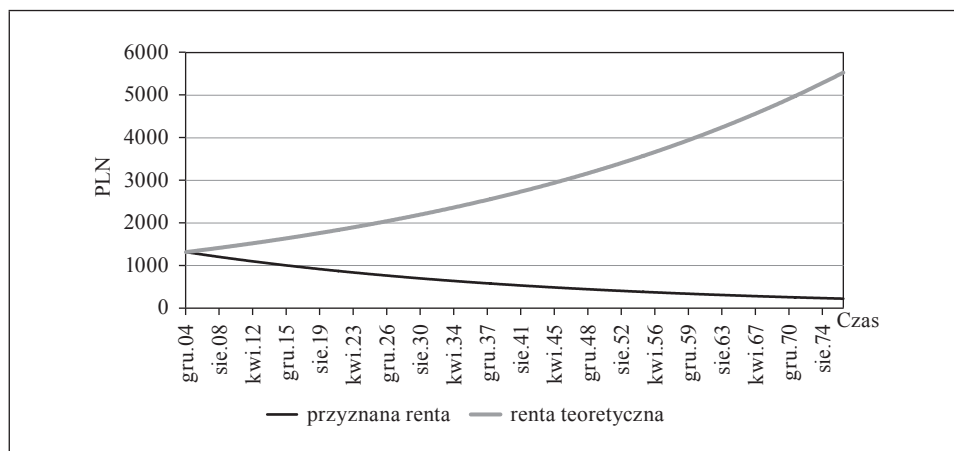
W tym przykładzie wartość obecna zasądzanego świadczenia rentowego wyniosła 378 751 PLN w stosunku do teoretycznego świadczenia rentowego, którego wartość obecna wyniosła 686 369 PLN. Różnica w wartościach obecnych sięgnęła zatem kwoty 307 618 PLN. Narastanie tego niedoboru można prześle-

dzić na rys. 5. W tym przypadku również zauważalne jest znaczne pogorszenie się standardu życia gospodarstwa domowego poszkodowanego.

### Przypadek 3

Przypadek 3 dotyczy nowo narodzonego dziecka, w imieniu którego złożono wniosek o rentę miesięczną równą połowie średniego miesięcznego wynagrodzenia w sektorze przedsiębiorstw. W wyniku postępowania sądowego została przyznana renta miesięczna w wysokości 1317 PLN (z tytułu utraty dochodów i zwiększenia wydatków<sup>3</sup>). W symulacji przyjęto szacowaną liczbę miesięcy wypłat renty w liczbie 864, co odpowiada przewidywanym 72 latom życia noworodka.

Rys. 6 pokazuje rozbieżność między wartościami realnymi zasądzonej i teoretycznej renty (podlegającej indeksowaniu). Wynika to z najdłuższego przewidywanego czasu wypłaty świadczenia wynoszącego 72 lata. Wartość ostatniej obliczonej wypłaty w ujęciu realnym bez indeksacji wyniosła jedynie 223 PLN w stosunku do kwoty 5533 PLN (realna wartość teoretycznej renty indeksowanej).



Rys. 6. Wartość realna renty dożywotniej (przypadek 3)

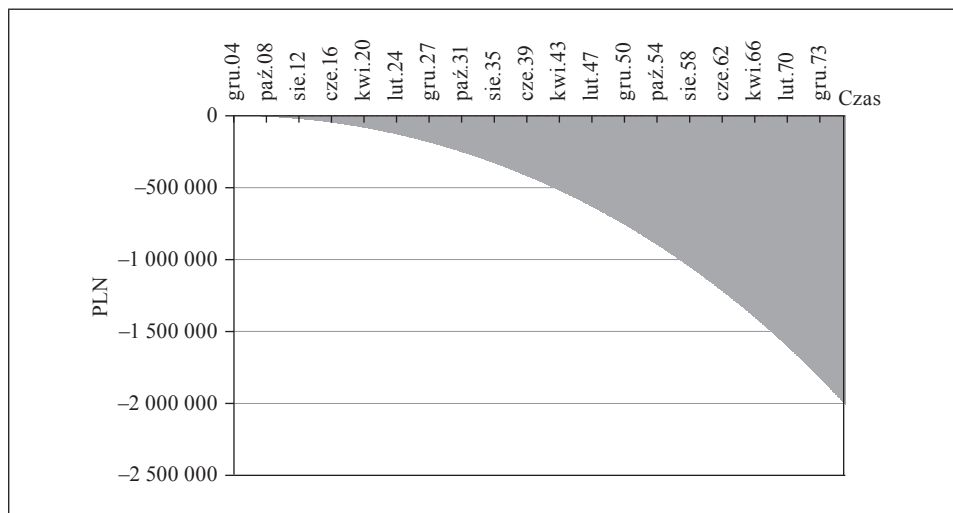
Źródło: opracowanie własne.

Wartość obecna teoretycznej renty z uwzględnieniem indeksacji sięga poziomu 2 538 119 PLN, natomiast wartość obecna renty bez indeksacji jest 5-krotnie niższa i wynosi tylko 532 413 PLN. Przykład ten dobitnie pokazuje,

<sup>3</sup> Podobnie jak w przykładzie 2 kwota ta nie została podzielona na rentę z tytułu utraty dochodów i zwiększonych wydatków.



jak duże znaczenie dla poszkodowanych ma indeksowanie ich świadczenia rentowego, szczególnie gdy odnosi się do ludzi młodych. W rozpatrywanym przypadku niedobór przekroczył kilkakrotnie wartość przyznanego świadczenia i wyniósł 2 005 706 PLN (por. rys. 7).



Rys. 7. Skumulowany niedobór z tytułu przyznanej renty (przypadek 3)

Źródło: opracowanie własne.

## 5. Wnioski końcowe

Zaprezentowane rozważania teoretyczne, jak również przeprowadzone symulacje wskazują na potrzebę zmiany dotychczasowej praktyki przyznawania odszkodowawczych świadczeń rentowych z tytułu utraconych dochodów. Praktyka niewaloryzowania świadczenia przez sądy prowadzi do szybkiego realnego obniżenia wartości przyznanej renty, a co za tym idzie – do szybkiego obniżania się standardu życia poszkodowanego. Taka sytuacja może powiększać odczucie doznanej krzywdy przez poszkodowanego w związku utratą przez niego możliwości partycypacji we wzroście gospodarczym i zwiększaniu realnego poziomu dochodów tak jak reszta społeczeństwa. Różnica w wartościach obecnych świadczeń odszkodowawczych jest szczególnie dotkliwa w przypadku poszkodowanych osób małoletnich. Zaniżenie świadczenia może być w tym przypadku kilkakrotne.

W celu uniknięcia tych rozbieżności należy kapitalizować świadczenia rentowe. Waloryzacja powinna obejmować nie tylko realne utrzymanie ich

wartości, ale również uwzględniać wzrost wynagrodzeń w gospodarce, aby utrzymać standard życia poszkodowanego w stosunku do reszty społeczeństwa. Winno się zatem uwzględniać tempo wzrostu świadczenia na poziomie możliwym do osiągnięcia przez poszkodowanego, gdyby kontynuował lub podjął on pracę zarobkową. Można również stwierdzić, że renta przyznana z pominięciem waloryzacji świadczenia nie spełnia swojej funkcji, którą jest subsydiowanie utraconych przez poszkodowanego dochodów, jej wartość bowiem znacząco (w późniejszych latach jej wypłacania) odbiega od wartości dochodów, które powinna zastępować.

## Literatura

- Anderson G.A., Roberts D.L. [1989], *Stability in the Present Value Assessment of Lost Earnings*, „Journal of Risk and Insurance”, vol. 56(1).
- Bryan W., Linke C.M. [1988], *The Estimation of the Age/Earnings Profiles in Wrongful Death and Injury Cases: Comment*, „The Journal of Risk and Insurance”, vol. 55(1).
- Gilbert R.F. [1994], *Estimates of Earnings Growth Rates Based on Earnings Profiles*, „Journal of Legal Economics”, vol. 4(2).
- Gilbert R.F. [1997], *Long-term and Short-term Changes in Earnings Profiles*, „Journal of Forensic Economics”, vol. 10(1).
- Gohmann S.F., McCrickard M.J., Slesnick F. [1998], *Age-earnings Profiles Estimates: Do They Change over Time?*, „Journal of Forensic Economics”, vol. 11(3).
- Haberman S., Bloomfield D. [1990], *Work Time Lost to Sickness, Unemployment and Stoppages: Measurement and Application*, „Journal of the Institute of Actuaries”, vol. 117(3).
- Kucsma K.K., Tinari F.D. [2010], *Assessing Economic Damages in Personal Injury and Wrongful Death Litigation: The State of New Jersey*, „Journal of Forensic Economics”, vol. 21, nr 2, June, [http://www.tinarieconomics.com/sites/default/files/pdfs/assessing\\_economic\\_damages.pdf](http://www.tinarieconomics.com/sites/default/files/pdfs/assessing_economic_damages.pdf) (dostęp: 3.04.2015).
- Lane J., Glennon D. [1985], *The Estimation of Age/Earnings Profiles in Wrongful Death and Injury Cases*, „Journal of Risk and Insurance”, vol. 52(4).
- Lewis R., McNabb R., Robinson H., Wass V.J. [2002], *A Comparison of Two Alternative Methods for Determining Loss of Future Earnings in Personal Injury Cases*, Presented at Royal Economic Society Annual Conference 2002, Warwick, UK, 25–27 March.
- Luckett N., Craner J. [1994], *Multipliers: Are the Courts Being Fair to Claimants?*, „Journal of Personal Injury Litigation”, nr 5.
- Minnchan R. [2009], *Examples of “Schedules of Damages” Used in Europe and the United States [w:] Personal Injury and Wrongful Death Damages Calculations: Transatlantic Dialogue*, red. J.O. Ward i R.J. Thornton, „Contemporary Studies in Economic and Financial Analysis”, vol. 91(2009).
- Mullet M.J., Nelson D.M., Patton R.T. [1990], *Alternative Measures of Earnings Growth*, „Journal of Forensic Economics”, vol. 3(1).
- Nelson D.M., Patton R.T. [1990], *Measuring Earnings Growth in the U.S.*, „Journal of Legal Economics”, vol. 3(3).

- Ritchie D. [1994], *Smith v Manchester Awards: How Do Courts Assess Loss of Capacity on the Labour Market*, „Journal of Personal Injury Litigation”.
- Rodgers J.D., Brookshire M.L., Thornton R.J. [1996], *Forecasting Earnings Using Age-earnings Profiles and Longitudinal Data*, „Journal of Forensic Economics”, vol. 9(2).
- Smith S.J. [1982], *New Worklife Estimates Reflect Changing Profile of Labor Force*, „Monthly Labor Review”, vol. 105(3).
- Spizman L., Tinari F.D. [2011], *Assessing Economic Damages in Personal Injury and Wrongful Death Litigation: The State of New York*, „Journal of Forensic Economics”, vol. 22, nr 1, June, <http://www.tinarieconomics.com/sites/default/files/pdfs/Assessing%20Economic%20Damages%20in%20NY%20%28jfe.22.1.75%29.pdf> (dostęp: 3.04.2015).
- Thornton R.J., Rodgers J.D., Brookshire M.L. [1997], *On the Interpretation of Age-earnings Profiles*, „Journal of Labour Research”, vol. 18(2).
- Tinari F., Cahill K.E., Grivoyannis E. [2006], *Did the 9/11 Victim Compensation Fund Accurately Assess Economic Losses?*, „Topics in Economic Analysis and Policy”, vol. 6, nr 1, January, <http://www.tinarieconomics.com/sites/default/files/Victim%20Compensation%20Fund.pdf> (dostęp: 5.04.2014).
- Ward J.O. [2009], *Economic Damages and Tort Reform: A Comparative Analysis of the Calculation of Economic Damages in Personal Injury and Death Litigation in the United States and the United Kingdom [w:] Personal Injury and Wrongful Death Damages Calculations: Transatlantic Dialogue*, red. J.O. Ward i R.J. Thornton, „Contemporary Studies in Economic and Financial Analysis”, vol. 91, <http://www.emeraldinsight.com/books.htm?chapterid=1819487> (dostęp: 5.04.2014).

## **Adjustment of Compensation for Loss of Earnings Using Future Wage Forecasts**

(Abstract)

The compensation that should be given to injured individuals is made up of several elements. When the victim is unable to work, income he or she has lost is compensated. To properly establish that compensation, two factors are considered: time value of money and the rate of growth of wages in the sector where the victim worked. Inflation should also be figured in.

The article presents simulations of different approaches – ones that do not take these factors into account, and others that do. The first approach is often used by the Polish justice system in determining the amount of pension compensation, while the second is a proposal to better protect victims who have lost the ability to work.

**Keywords:** annuity, compensation, personal finance, personal injured.

*Jacek Batóg*

Instytut Ekonometrii i Statystyki  
Uniwersytet Szczeciński

# Ekonometryczna analiza wpływu kryzysu gospodarczego na zadłużenie publiczne w krajach Unii Europejskiej

## Streszczenie

W artykule analizie poddane zostały tendencje w zakresie kształtowania się długookresowego zadłużenia publicznego krajów Unii Europejskiej. Szczególną uwagę poświęcono wpływowi ostatniego kryzysu gospodarczego na poziom długu publicznego i deficytów budżetowych. Wnioskowanie oparto na modelach dynamiki i współzależności produktu krajowego brutto i deficytu budżetowego oraz modelach pozwalających wyznaczyć długookresowy poziom względnego zadłużenia publicznego. Uzyskane wyniki wskazują na brak istotnej korelacji między początkowym lub końcowym poziomem zadłużenia publicznego i obserwowanym tempem wzrostu gospodarczego. Pozytywnie została natomiast zweryfikowana hipoteza mówiąca o znaczącym wpływie zjawisk kryzysowych na wzrost długookresowych względnych poziomów długu publicznego gospodarek europejskich.

**Słowa kluczowe:** dług publiczny, kryzys gospodarczy, Unia Europejska, modele ekonometryczne.

## 1. Wprowadzenie

Zagrożenia związane ze zbyt wysokim poziomem zadłużenia publicznego, które scharakteryzowane zostały m.in. w pracach [Borensztein 1989, Fischer

1993, Kołodko 1992, Wigger 2005], budzą obecnie ogromne zainteresowanie naukowców, decydentów gospodarczych, polityków i całych społeczeństw ze względu na ich nasilenie spowodowane ogólnoswiatowym kryzysem gospodarczym. Do najczęściej wymienianych negatywnych aspektów nadmiernego poziomu deficytów budżetowych i długu publicznego zalicza się przede wszystkim spadek konsumpcji oraz spowolnienie wzrostu gospodarczego [*World Economic Outlook...* 2008, s. 61]. Zwraca się też często uwagę na ujemny wpływ tych dwóch czynników na prywatne inwestycje [Gong, Greiner i Semmler 2001]<sup>1</sup> oraz produkcję przemysłową [Wheeler 1999]<sup>2</sup>. W literaturze znaleźć można również poglądy przeciwstawne. Przykładowo S.N. Mohd Daud i J.M. Podivinsky [2011], wykorzystując modele SEM i SAR ze stałymi efektami, wykazali brak negatywnego wpływu zewnętrznego długu publicznego na wzrost gospodarczy w przypadku krajów Wschodniej Azji i Pacyfiku, Ameryki Łacińskiej i Karaibów oraz Afryki.

Ocena, czy obecnie w krajach Unii Europejskiej mamy do czynienia z nadmiernym poziomem zadłużenia publicznego, jest jednoznaczna. Przede wszystkim w efekcie działań ukierunkowanych na zwalczanie negatywnych skutków światowego kryzysu ekonomicznego wywołanego w Stanach Zjednoczonych w 2007 r. dług publiczny wielu krajów członkowskich przekracza znacząco jego dopuszczalny poziom ustalony w traktacie z Maastricht<sup>3</sup> (zob. rys. 1)<sup>4</sup>. Najwyższy poziom odnotowano dla Grecji (174,71% PKB), Włoch (127,71% PKB), Portugalii (124,78% PKB), Irlandii (116,09% PKB) i Cypru (101,60% PKB). Na szczególną uwagę zasługuje jednak dynamika przyrostu długu publicznego, która w latach 2007–2013 była stosunkowo wysoka, zwłaszcza w przypadku takich krajów, jak: Irlandia (92,13% w 2013 r. w porównaniu z 2007 r.), Grecja (71,93%), Portugalia (58,79%) czy Hiszpania (56,19%) (zob. rys. 2). Polskie zadłużenie publiczne pomimo stałego jego wzrostu w ujęciu nominalnym kształtuje się na tym tle bardzo korzystnie.

Zaprezentowane powyżej tendencje potwierdzili również A. Ayala i S. Blazsek [2014, s. 101–103], którzy wykorzystując testy pierwiastka jednostkowego z uwzględnieniem zmian strukturalnych oraz model oparty na danych panelowych, wskazali na rosnący stosunek długu publicznego do produktu krajowego brutto dla wybranych krajów Unii Europejskiej oraz występowanie wspólnej

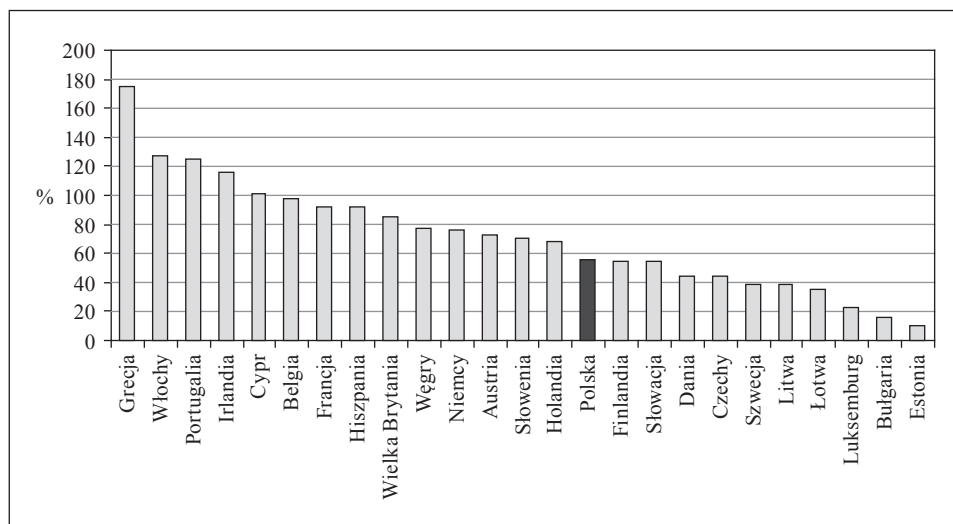
---

<sup>1</sup> Autorzy wykorzystali test przyczynowości Grangera.

<sup>2</sup> W pracy zastosowano modele VAR.

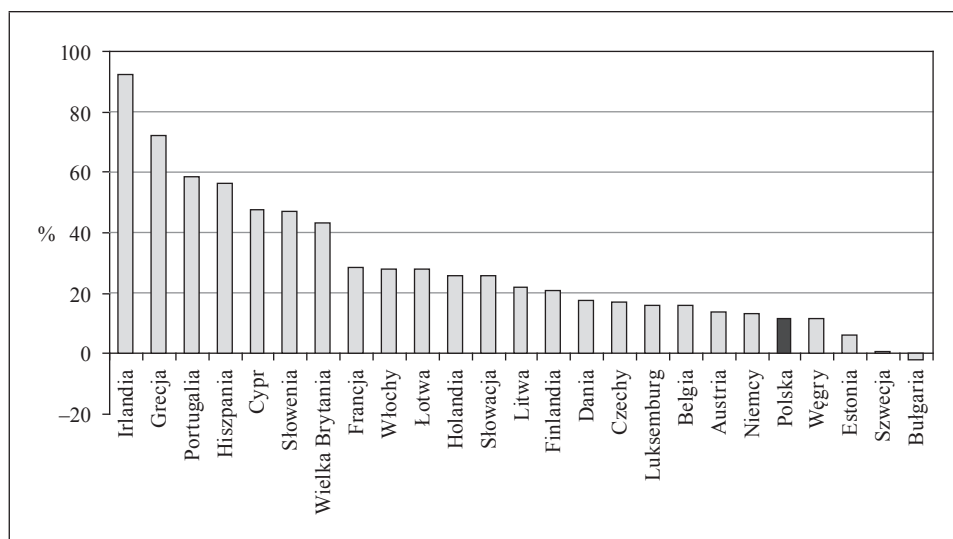
<sup>3</sup> Szerzej na ten temat zob. [Cafiso 2012].

<sup>4</sup> Nie zaprezentowano trzech krajów: Chorwacji, Malty i Rumunii, ze względu na brak danych statystycznych.



Rys. 1. Poziom długu publicznego ogółem w krajach Unii Europejskiej w 2013 r. (dług wyrażony w % PKB, waluta krajowa, ceny bieżące)

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych dostępnych w bazie Euromonitor International.



Rys. 2. Zmiana poziomu długu publicznego ogółem w krajach Unii Europejskiej w latach 2007–2013 (dług wyrażony w % PKB, waluta krajowa, ceny bieżące)

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych dostępnych w bazie Euromonitor International.

tendencji w tym zakresie w grupie analizowanych krajów w okresie od IV kwartału 2007 r. do I kwartału 2012 r.

Niektórzy autorzy [Kovtun, Dolinovskaya i Ignatyuk 2014, s. 45–46] wskazują, że finansowanie wydatków publicznych długiem publicznym stanowi obecnie integralną część systemu finansowego, będąc też elementem mechanizmu regulacji makroekonomicznej<sup>5</sup> oraz narzędziem wdrażania strategii rozwoju kraju. Podkreślają oni również, że duże znaczenie ma obecnie nie tylko identyfikacja czynników determinujących wzrost długu publicznego oraz określenie siły wpływu tych czynników na sytuację makroekonomiczną danego kraju, lecz również obliczenie na podstawie istniejących w tym zakresie prawidłowości granicy długu publicznego.

Na kanwie powyższych rozważań sformułowany został cel pracy, którym jest ocena wpływu ostatniego kryzysu gospodarczego na zmianę długookresowych poziomów długu publicznego krajów Unii Europejskiej. Jednocześnie weryfikacji poddana zostanie hipoteza badawcza, według której pogorszenie koniunktury gospodarczej w krajach Unii Europejskiej wywołane kryzysem gospodarki światowej rozpoczętym w Stanach Zjednoczonych w 2007 r. spowodowało wzrost długookresowego względnego zadłużenia publicznego poszczególnych krajów członkowskich.

## 2. Stosowana metoda badawcza

Do obliczenia długookresowych poziomów zadłużenia zastosowana zostanie procedura przedstawiona w pracy [Batóg 2008]. Wychodząc od modelu opisującego dynamikę wzrostu gospodarczego w ujęciu realnego produktu krajowego brutto, którą opisuje poniższe równanie:

$$PKB_t = \exp(\alpha_0 + \dot{\omega} \cdot t) + u_t, \quad (1)$$

oraz modelu pozwalającego wyznaczyć przeciętny udział deficytu budżetowego w PKB w badanym okresie:

$$S_t = \delta \cdot PKB_t + \varepsilon_t, \quad (2)$$

---

<sup>5</sup> Zob. również rozważania i wyniki badań dotyczących zjawiska asymetrii skutków antycyklicznych działań rządów w sferze polityki fiskalnej i monetarnej [*World Economic Outlook...* 2008, s. 169].

i wykorzystując posiadane wartości ocen dynamiki realnego PKB  $\hat{\omega}$  oraz proporcji  $\hat{\delta}$ , wyznaczamy poziom zadłużenia publicznego w okresie prognozowanym  $T(D_T)$ <sup>6</sup>:

$$D_T = \int_{t_0}^T S_t dt = \int_{t_0}^T \hat{\delta} \cdot PKB_0 \exp(\hat{\omega} \cdot t) dt, \quad (3)$$

a ostatecznie udział długu publicznego w PKB, który w okresie prognozowanym  $T$  jest obliczany według formuły:

$$\frac{D_T}{PKB_T} = \frac{\hat{\delta}}{\hat{\omega}} \left( 1 - \frac{1}{\exp(\hat{\omega} \cdot T)} \right). \quad (4)$$

Dla  $T \rightarrow \infty$  prawa strona równania (4) sprowadza się do stosunku  $\frac{\hat{\delta}}{\hat{\omega}}$ .

Inna metoda obliczania długookresowego poziomu zadłużenia publicznego przedstawiona została np. w pracy K. Tamegawy [2012, s. 210], który zaproponował wykorzystanie rozkładu prawdopodobieństwa stosunku długu publicznego do PKB uzyskanego w okresie  $T$  przy założeniu zerowego deficytu budżetowego  $S_t$  dla  $t = 0$  oraz losowego charakteru stopy procentowej  $r_t$  i stopy wzrostu  $PKB\alpha_t$ . Proces zmian długu publicznego w ujęciu nominalnym opisuje w tym przypadku poniższe równanie autoregresyjne:

$$D_t = (1 + r_t)D_{t-1} + S_t. \quad (5)$$

Natomiast G. Cafiso [2012, s. 64] zmiany względnego poziomu zadłużenia publicznego objaśnia za pomocą równania różnicowego:

$$\frac{D_t}{PKB_t} - \frac{D_{t-1}}{PKB_{t-1}} = -\frac{S_t}{PKB_t} + \left( \frac{1 + r_t}{1 + \alpha_t} \right) \frac{D_{t-1}}{PKB_{t-1}} - sfa_t, \quad (6)$$

gdzie:  $sfa_t$  – wartość rezydualna zmiany długu.

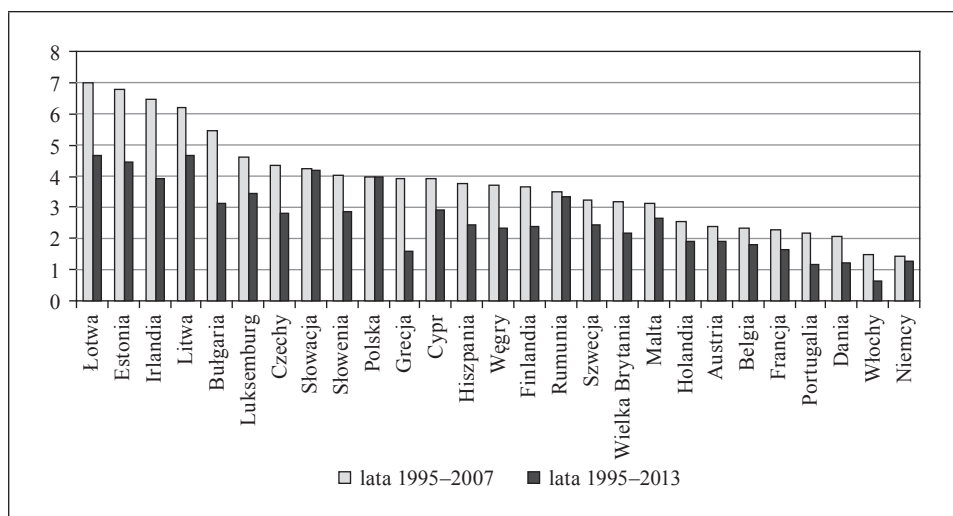
W tym samym celu wykorzystane mogą być również metody bilansowe oraz metody oparte na szeregach czasowych (zob. np. [Heinemann 1993]).

<sup>6</sup> Dług publiczny jest tu traktowany jako skumulowane zobowiązania sektora publicznego, które powstały w wyniku finansowania wydatków publicznych przewyższających dochody publiczne w kolejnych okresach [Ciak 1998, s. 46].



### 3. Uzyskane wyniki

Zjawiska wywołane przez kryzysy gospodarcze spowalniają tempo wzrostu gospodarczego. Prawdopodobnie ta była również obserwowana w przypadku krajów Unii Europejskiej w ostatnich latach. Na rys. 3 przedstawione zostały stopy wzrostu PKB w dwóch okresach: w latach przed kryzysem (1995–2007) oraz w całym badanym okresie 1995–2013<sup>7</sup>. Widoczny jest znaczący spadek dynamiki PKB, przed którym obroniły się tylko Słowacja, Polska, Rumunia i w pewnym stopniu Niemcy.



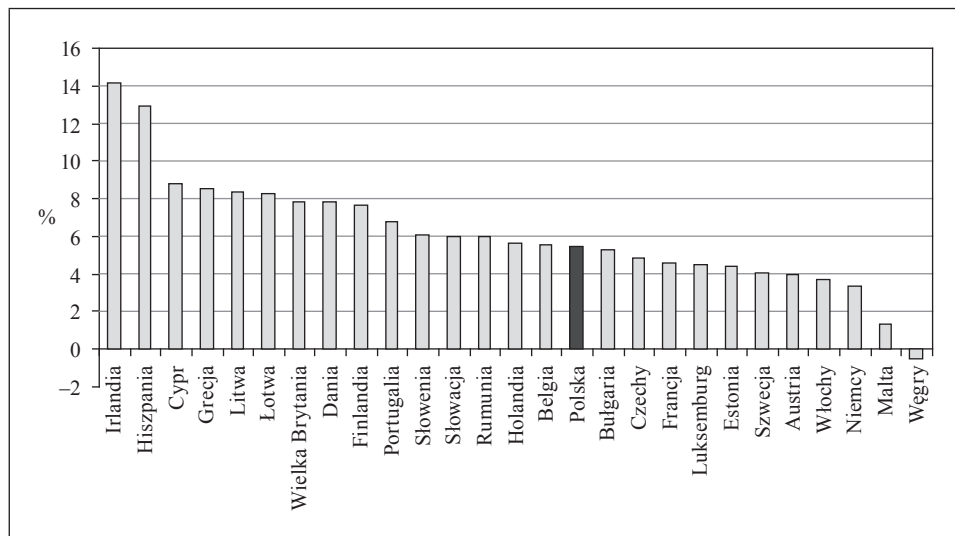
Rys. 3. Stopy wzrostu gospodarczego krajów Unii Europejskiej w latach 1995–2007 oraz 1995–2013 (ceny stałe z 2013 r., waluta krajowa)

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych dostępnych w bazie Euromonitor International.

Średni wzrost realnego PKB dla pierwszego okresu wyniósł 3,77%, podczas gdy dla pełnego analizowanego okresu – tylko 2,66%.

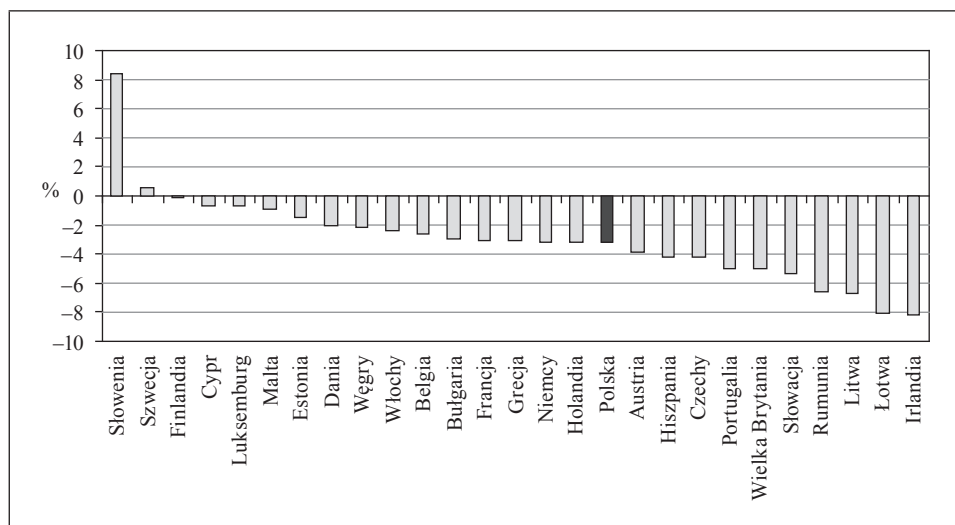
Obserwowane spowolnienie gospodarcze w krajach UE wywołało znaczący wzrost deficytów budżetowych w latach 2007–2009 (zob. rys. 4), który został jednak zahamowany w kolejnym okresie (zob. rys. 5). Największy wzrost deficytów budżetowych odnotowały Irlandia i Hiszpania. Wyjątkiem były Węgry, które w latach 2007–2009 zmniejszyły swój deficyt budżetowy. Jedynym krajem, w którym w latach pokryzysowych nie tylko nie wystąpiła redukcja deficytu

<sup>7</sup> Na rys. 3 i 4 nie zaprezentowano danych dla Chorwacji ze względu na brak danych statystycznych.



Rys. 4. Zmiana poziomów deficytów budżetowych krajów Unii Europejskiej w latach 2007–2009 (deficyt jako % PKB, waluta krajowa, ceny bieżące)

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych dostępnych w bazie Euromonitor International.



Rys. 5. Zmiana poziomów deficytów budżetowych krajów Unii Europejskiej w latach 2009–2013 (deficyt jako % PKB, waluta krajowa, ceny bieżące)

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych dostępnych w bazie Euromonitor International.

budżetowego, lecz deficyt ten silnie wzrósł, była Słowenia (w mniejszym zakresie także Szwecja). Przeciętny deficyt w Unii Europejskiej w 2007 r. kształtował się na poziomie  $-0,28\%$  PKB, w 2009 r. był równy  $-6,41\%$  PKB, a w 2013 r. wynosił  $-3,45\%$  PKB.

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń nie stwierdzono jednak (w przeciwieństwie do innych autorów, zob. np. [Moinescu 2013, s. 23]) istotnej korelacji między deficytem budżetowym i długiem publicznym a wzrostem gospodarczym w krajach Unii Europejskiej w latach 1995–2013<sup>8</sup>. Powyższy wniosek nie ulegał zmianie bez względu na punkt odniesienia, dla którego wyznaczane były poziomy tych dwóch pierwszych zmiennych.

W tabeli 1 zaprezentowano oceny parametrów  $\hat{\omega}$  oraz  $\hat{\delta}$  występujących odpowiednio w modelach (1) i (2) oszacowane na podstawie danych z lat 1995–2013. W oparciu o te wielkości obliczone zostały długookresowe poziomy współczynnika dług publiczny/PKB. Dla porównania przedstawiono również wyniki uzyskane dla okresu przedkryzysowego 1995–2007 (zob. tabela 2).

Tabela 1. Szacunki stóp wzrostu realnego PKB ( $\hat{\omega}$ ) i udziałów deficytów budżetowych w PKB ( $\hat{\delta}$ ) w krajach Unii Europejskiej w latach 1995–2013 (w %)

Kraj	$\hat{\omega}$ – stopa wzrostu realnego PKB (%)	$\hat{\delta}$ – przeciętny udział deficytu budżetowego w PKB (%)
Czechy	2,79	-3,48
Estonia	4,47	0,15
Węgry	2,33	-5,09
Łotwa	4,68	-2,81
Litwa	4,64	-3,96
Polska	3,99	-4,62
Rumunia	3,33	-4,36
Słowacja	4,16	-4,49
Słowenia	2,84	-4,29
Austria	1,93	-2,68
Francja	1,65	-3,86
Niemcy	1,25	-2,09
Grecja	1,60	-8,19
Irlandia	3,92	-5,08
Wielka Brytania	2,16	-4,95

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych dostępnych w bazie Euromonitor International.

<sup>8</sup> Interpretacja wyników uzyskanych przez tego autora jest jednak niemożliwa ze względu na bardzo słabą jakość prezentowanych modeli –  $R^2$  kształtował się na poziomie 0,26.

Analizę objęto tylko 15 krajów, dla których otrzymano modele o zadowalającym stopniu dopasowania do danych empirycznych oraz charakteryzujące się statystycznie istotnymi parametrami strukturalnymi. Przykładem takich modeli są dwa poniższe równania uzyskane dla Polski (w nawiasach pod ocenami parametrów strukturalnych podane zostały wartości statystyki *t*-Studenta):

$$PKB_t = \exp(13,16 + 0,0399 \cdot t), \quad R^2 = 0,99,$$

(1248,4)
(41,7)

$$\hat{S}_t = -0,046 \cdot PKB_t,$$

(-12,19)

Tabela 2. Długookresowy poziom długu publicznego (% PKB) obliczony na podstawie lat 1995–2007 oraz 1995–2013

$D_T/PKB_T$	Czechy	Węgry	Łotwa	Litwa	Polska	Rumunia	Słowacja	Słowenia
1995–2007	0,766	1,824	0,127	0,298	0,975	0,622	1,010	0,488
1995–2013	1,246	2,182	0,602	0,627	0,957	1,145	1,081	1,071
$D_T/PKB_T$	Austria	Francja	Niemcy	Grecja	Irlandia	Holandia	Wielka Brytania	
1995–2007	1,052	1,241	1,901	1,447	0,204	0,383	0,720	
1995–2013	1,288	2,330	1,422	3,610	1,296	1,120	2,286	

Źródło: obliczenia własne.

Zaprezentowane wyniki pozwalają stwierdzić, że ostatni kryzys gospodarczy miał znaczący wpływ na wzrost długookresowych poziomów relatywnego zadłużenia publicznego większości krajów Unii Europejskiej. Zjawisko to jest szczególnie widoczne w przypadku Francji, Grecji i Wielkiej Brytanii. Obserwujemy tylko trzy wyjątki od tej reguły odnoszące się do gospodarek Niemiec, Polski i Słowacji, a w przypadku Austrii wzrost tej zmiennej był umiarkowany.

#### 4. Wnioski

Przeprowadzone badania pozwalają sformułować kilka wniosków odnoszących się do tendencji dotyczących wpływu kryzysu gospodarczego na poziom zadłużenia publicznego w krajach Unii Europejskiej. Po pierwsze obserwowany od 2007 r. kryzys gospodarczy spowodował znaczący wzrost deficytów budżetowych oraz długu publicznego. Było to spowodowane w dużym stopniu działaniami podejmowanymi przez poszczególne rządy i instytucje finansowe w celu

poprawy koniunktury gospodarczej i stabilizacji systemu finansowego. Wydaje się ponadto, że pomimo obserwowanego spadku poziomów deficytów budżetowych w latach 2009–2013 nie należy oczekiwać szybkiego spadku względnego zadłużenia publicznego gospodarek Unii Europejskiej.

Nie zaobserwowano silnego związku między zmianami poziomów deficytu budżetowego i długu publicznego oraz dynamiką wzrostu gospodarczego. Wzrost nominalnego długu publicznego w krótkim okresie spowodował w większości krajów UE znaczący wzrost jego długookresowych relatywnych poziomów. Wyjątkiem były gospodarki Słowacji, Polski i Niemiec, które wykazały się odpornością na negatywne impulsy ukierunkowane na wzrost względnego długu publicznego. W przypadku gospodarki niemieckiej zaobserwowano nawet obniżenie tej wielkości z poziomu 1,901 do 1,422. Warto jednak zauważyć, że na otrzymane wyniki miały wpływ nie tylko obserwacje odstające, których efekt starano się wyeliminować, lecz również odmienne tendencje w kształtowaniu się wzrostu gospodarczego w okresie przedkryzysowym i w latach po wybuchu kryzysu. Ten drugi czynnik był podstawowym powodem, dla którego nie można było wyznaczyć poziomów długu publicznego liczonych w relacji do PKB, do których dążą poszczególne gospodarki w długim okresie.

## Literatura

- Ayala A., Błazsek S. [2014], *Contagion of Sovereign Debt in the Eurozone*, „Theoretical Economics Letters”, vol. 4, <http://dx.doi.org/10.4236/tel.2014.41016>.
- Batóg J. [2008], *Badanie długookresowego zadłużenia Polski [w:] Modelowanie i prognozowanie zjawisk społeczno-gospodarczych*, red. J. Pociecha, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Borensztein E. [1989], *The Effect of External Debt on Investment*, „Finance and Development”, September.
- Ciak J. [1998], *Problem krajowego długu publicznego w Polsce*, „Bank i Kredyt”, nr 1–2.
- Cafiso G. [2012], *Debt Developments and Fiscal Adjustment in the EU*, „Intereconomics”, vol. 47, nr 1, <http://dx.doi.org/10.1007/s10272-012-0407-x>.
- Fischer S. [1993], *The Role of Macroeconomic Factors in Growth*, NBER Working Paper, nr 4565, National Bureau of Economic Research, Cambridge, MA.
- Gong G., Greiner A., Semmler W. [2001], *Growth Effects of Fiscal Policy and Debt Sustainability in the EU*, „Empirica”, vol. 28, nr 1, <http://dx.doi.org/10.1023/A:1010983716741>.
- Heinemann F. [1993], *Sustainability of National Debt in Europe*, „Intereconomics”, vol. 28, nr 2, <http://dx.doi.org/10.1007/bf02928105>.
- Kołodko G.W. [1992], *Transformacja polskiej gospodarki. Sukces czy porażka?*, Polska Oficyna Wydawnicza BGW, Warszawa.
- Kovtun N., Dolinovskaya O., Ignatyuk V. [2014], *Modelling Government Debt in Ukraine and Selected EU Countries [w:] Models and Methods for Analysing and Forecasting Economic Processes. Theory and Practice*, red. J. Pociecha, Cracow University of Economics Press, Cracow.

- Mohd Daud S.N., Podivinsky J.M. [2011], *Debt–Growth Nexus: A Spatial Econometrics Approach for Developing Countries*, „Transition Studies Review”, vol. 18, nr 1, <http://dx.doi.org/10.1007/s11300-011-0190-6>.
- Moinescu B.G. [2013], *The Lending Channel and Budget Balance: Empirical Evidence from Central and Eastern European Economies*, „Theoretical and Applied Economics”, vol. XX, nr 3(580).
- Tamegawa K. [2012], *Playing the Deficit Gamble Easily*, „Theoretical Economics Letters”, vol. 2, <http://dx.doi.org/10.4236/tel.2012.22037>.
- Wheeler M. [1999], *The Macroeconomic Impacts of Government Debt: An Empirical Analysis of the 1980s and 1990s*, „Atlantic Economic Journal”, vol. 27, nr 3, <http://dx.doi.org/10.1007/bf02299578>.
- Wigger B.U. [2005], *Public Debt, Human Capital Formation, and Dynamic Inefficiency*, „International Tax and Public Finance”, vol. 12, nr 1, <http://dx.doi.org/10.1007/s10797-005-6394-0>.
- World Economic Outlook. October 2008. Financial Stress, Downturns, and Recoveries* [2008], International Monetary Fund, Washington, DC.

## **Econometric Analysis of the Influence of Economic Downturns on Public Debt in the European Union**

(Abstract)

The paper examines long-term trends in public debt for countries of the European Union. Special attention is paid to the influence of economic crisis on public debt levels and budget deficits. The conclusions are based on time series models and causality models of GDP and budget deficit as well as on models which describe the long-term levels of relative public debt. The results show a lack of significant correlation between initial and final levels of public debt and the economic growth rate. However, they do show that negative effects of economic crisis strongly influence the growth of long-term relative public debt levels of European countries.

**Keywords:** public debt, economic crisis, European Union, econometric models.



*Iwona Foryś*

*Barbara Batóg*

Instytut Ekonometrii i Statystyki  
Uniwersytet Szczeciński

# **Badanie aktywności deweloperów na polskim rynku mieszkaniowym z wykorzystaniem metody analogii czasowo-przestrzennych**

## **Streszczenie**

Aktywność uczestników rynku mieszkaniowego nie jest jednakowa na poszczególnych rynkach lokalnych czy regionalnych. Wzrost lub osłabienie aktywności na rynku mieszkaniowym, a także wartości zmiennych opisujące ten rynek są na rynkach słabiej rozwiniętych przesunięte w czasie (opóźnione) w stosunku do rynków najbardziej rozwiniętych.

Celem artykułu jest zbadanie, czy wybrane procesy zachodzące na rynku nieruchomości mieszkaniowych charakteryzują się jednakowym natężeniem i zmiennością w czasie w każdym z województw w Polsce, ze szczególnym uwzględnieniem województwa zachodniopomorskiego. Analizie poddano takie zmienne, jak: liczba transakcji lokalami mieszkalnymi, liczba pozwoleń na budowę mieszkań, liczba oddanych do użytkowania mieszkań oraz liczba mieszkań, których budowę rozpoczęto.

W badaniach wykorzystano metodę analogii przestrzenno-czasowych, która polega na przenoszeniu z jednych obiektów do innych prawidłowości zmian zjawisk w czasie. Badanymi obiektami są województwa, w szczególności województwo zachodniopomorskie. W efekcie przeprowadzonych badań okazało się, że przebieg zmienności rozpatrywanych zmiennych (oprócz dwóch) w województwie zachodniopomorskim był w większości przypadków podobny do przebiegu zmienności tych samych zmiennych w innych województwach. Dla tych dwóch zmiennych o odmiennej dynamice w województwie



zachodniopomorskim wyznaczono prognozy z wykorzystaniem analogii przestrzenno-czasowych.

**Słowa kluczowe:** rynek mieszkaniowy, deweloperzy, metody analogowe, prognozowanie.

## 1. Wprowadzenie

Aktywność uczestników rynku mieszkaniowego nie jest jednakowa na poszczególnych rynkach lokalnych czy regionalnych. Dotyczy to również intensywności zawieranych transakcji na rynku mieszkaniowym, a zwłaszcza reakcji uczestników obrotu mieszkaniami oraz deweloperów na pierwsze symptomy poprawy koniunktury gospodarczej i zwiększone zainteresowanie nabywców mieszkań. Wzrost lub osłabienie aktywności na rynku mieszkaniowym, a także wartości zmiennych opisujących ten rynek są przesunięte w czasie (opóźnione) na rynkach słabiej rozwiniętych w stosunku do rynków najbardziej rozwiniętych. Prawdopodobności w tym zakresie można wykorzystać do badania mechanizmów rynkowych na wybranych rynkach, w szczególności do oceny innych rynków mieszkaniowych. Pojawiające się symptomy zmiany tendencji określonych zjawisk na jednych rynkach można również wykorzystać do prognozowania pozostałych rynków regionalnych lub lokalnych.

Celem artykułu jest zbadanie, czy wybrane procesy zachodzące na rynku nieruchomości mieszkaniowych charakteryzują się jednakowym natężeniem i zmiennością w czasie w województwach w Polsce, ze szczególnym uwzględnieniem województwa zachodniopomorskiego. Realizacji wskazanego w artykule celu służy metoda analogii czasowo-przestrzennych.

## 2. Aktywność deweloperów na rynku mieszkaniowym w Polsce

Rynek mieszkaniowy, a zwłaszcza obrót nowo wybudowanymi mieszkaniami w Polsce jest domeną budownictwa indywidualnego i działalności deweloperskiej. W 2014 r. ponad 47% ogółu mieszkań, których budowę rozpoczęto, stanowiły mieszkania budowane na sprzedaż lub wynajem, czyli tzw. mieszkania deweloperskie. Obok wielu innych [Foryś 2011] dwa elementy świadczą o aktywności rynku mieszkaniowego: efekty budownictwa mieszkaniowego oraz transakcje sprzedaży mieszkań. Z obu grup zmiennych wybrano te, które najlepiej oddają omawiane zjawisko, natomiast dla lepszej porównywalności zmiennych przeliczono je na wielkości względne, najczęściej na 10 tys. ludności faktycznie zamieszkałej, liczbę zawartych transakcji rynkowych czy liczbę mieszkań, na których budowę uzyskano pozwolenie. Obok przesłanek merytorycznych

o wyborze zmiennych decydowała również długość szeregów czasowych oraz jednakowy pomiar danego zjawiska w całym badanym okresie. W rezultacie do badania wykorzystano siedem zmiennych charakteryzujących aktywność uczestników na rynku nieruchomości mieszkaniowych poszczególnych województw, w szczególności efekty mieszkaniowe oraz obrót mieszkaniami. Zgromadzone dane (roczne) pochodziły z zasobów Głównego Urzędu Statystycznego. Wytypowano zmienne najlepiej oddające badane zjawisko:

Y1 – liczba transakcji dotyczących lokali mieszkalnych na 10 tys. ludności faktycznie zamieszkałej (lata 2004–2013),

Y2 – stosunek liczby mieszkań oddanych do użytkowania do liczby transakcji dotyczących lokali mieszkalnych (lata 2004–2013),

Y3 – liczba mieszkań oddanych do użytkowania ogółem na 10 tys. ludności faktycznie zamieszkałej (lata 1995–2013),

Y4 – stosunek liczby mieszkań oddanych do użytkowania ogółem do liczby mieszkań, na których budowę uzyskano pozwolenie (lata 2000–2014),

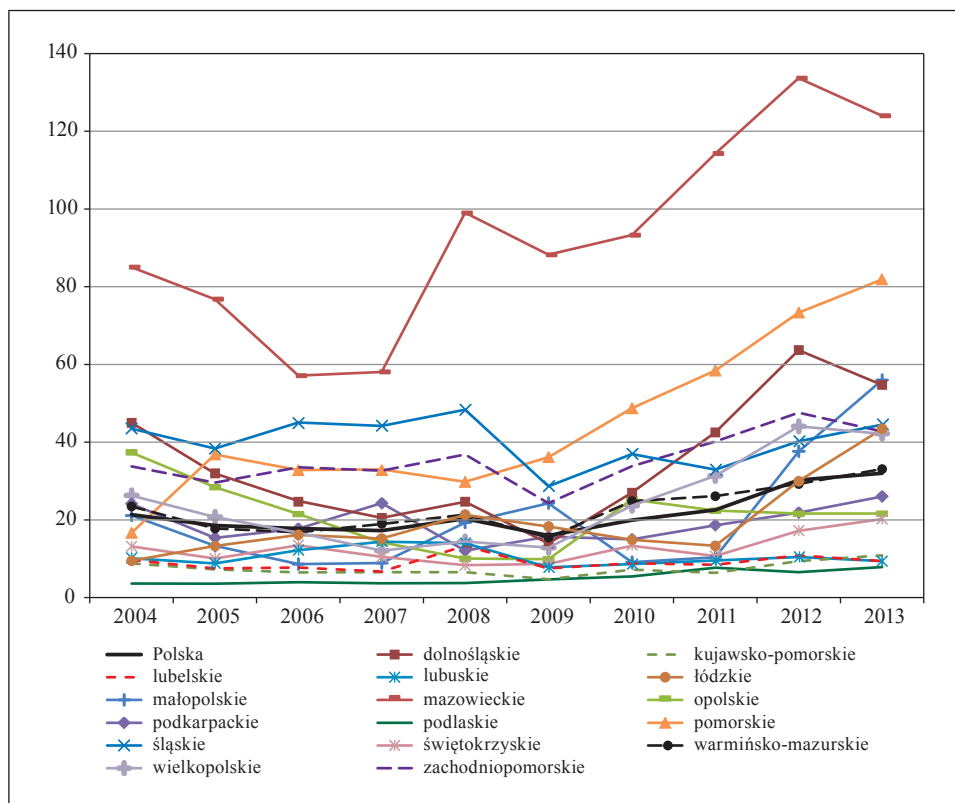
Y5 – liczba mieszkań, których budowę rozpoczęto ogółem, na 10 tys. ludności faktycznie zamieszkałej (lata 2005–2013),

Y6 – stosunek liczby mieszkań, których budowę rozpoczęto ogółem, do liczby mieszkań, na których budowę uzyskano pozwolenie (lata 2005–2013)

Y7 – liczba mieszkań, na których budowę uzyskano pozwolenie, na 10 tys. ludności faktycznie zamieszkałej (lata 2000–2013).

Na rys. 1–7 przedstawiono kształtowanie się zmiennych Y1–Y7 w badanym okresie. Większość województw charakteryzowała się podobnym trendem i przedziałem wartości wskaźnika liczby transakcji dotyczących lokali mieszkalnych na 10 tys. ludności faktycznie zamieszkałej (rys. 1), wyjątkiem było województwo dolnośląskie, a po 2008 r. również województwo pomorskie. W latach 2004–2008 w województwie dolnośląskim nastąpił dynamiczny spadek liczby transakcji, a w latach 2009–2013 blisko 4-krotny ich wzrost. Natomiast zmiana liczby ludności, mimo że przebiegała w tym samym kierunku, cechowała się dużo mniejszą dynamiką. W województwie zachodniopomorskim omawiany wskaźnik wzrósł z 24,35 w 2009 r. do 47,57 w 2012 r.

Jeśli chodzi o stosunek liczby mieszkań oddawanych do użytkowania ogółem (rys. 2) do liczby transakcji dotyczących lokali mieszkalnych, od tendencji ogólnej najbardziej odbiegały województwa małopolskie i wielkopolskie, w mniejszym stopniu mazowieckie, podkarpackie i podlaskie. W przypadku trzech pierwszych województw wpłynęły na to przede wszystkim znaczne wahania efektów budownictwa mieszkaniowego. W województwie zachodniopomorskim wartość wskaźnika oscylowała wokół jedności, przyjmując wartości z przedziału 0,89–1,39, z wyjątkiem 2009 r., w którym liczba mieszkań oddawanych do użytkowania

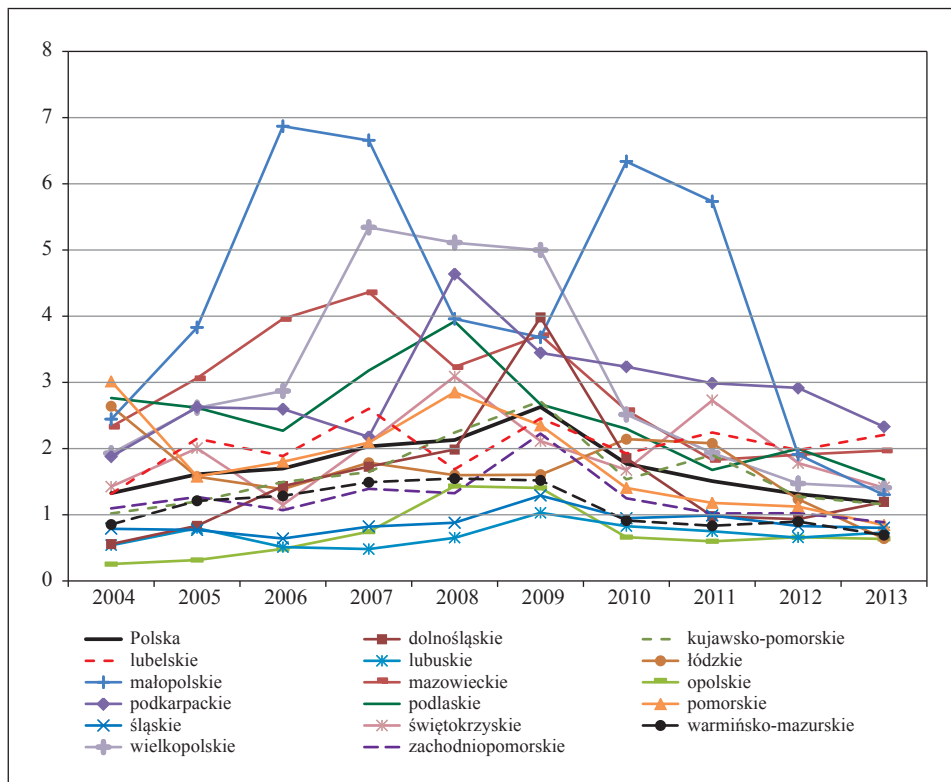


Rys. 1. Liczba transakcji dotyczących lokali mieszkalnych na 10 tys. ludności faktycznie zamieszkałej według województw w latach 2004–2013 (Y1)

Źródło: obliczenia własne.

ogółem była ponad dwukrotnie wyższa od liczby transakcji dotyczących lokali mieszkalnych (2,23).

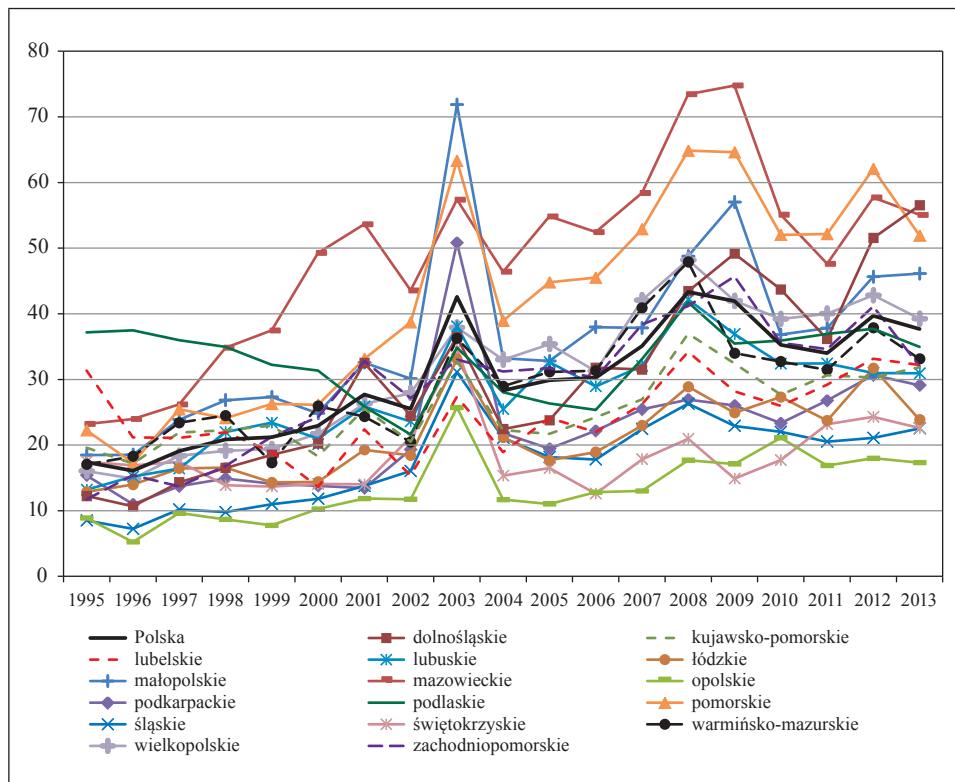
Stosunek liczby mieszkań oddawanych do użytkowania ogółem do liczby ludności faktycznie zamieszkałej wskazuje na wyraźny wzrost wskaźnika w 2003 r. w porównaniu z latami poprzednimi we wszystkich województwach, z wyjątkiem województwa mazowieckiego, w którym wartość wskaźnika oraz jego dynamika była inna niż w pozostałych województwach w całym badanym okresie (rys. 3). Najniższe wartości wskaźnika uzyskiwano najczęściej w województwie opolskim, najwyższe we wspomnianym województwie mazowieckim. Rok 2003 cechował się wzrostem oddanych do użytkowania mieszkań ze względu na zgłoszenie do użytkowania wielu faktycznie zakończonych wcześniej inwestycji, pobudzenie rynku perspektywą wejścia Polski do Unii Europejskiej i zmianą stawki VAT w budownictwie mieszkaniowym. Kolejny wyraźny wzrost



Rys. 2. Stosunek liczby mieszkań oddanych do użytkowania ogółem do liczby transakcji lokalami mieszkalnymi według województw w latach 2004–2013 (Y2)  
Źródło: obliczenia własne.

analizowanego wskaźnika miał miejsce w 2009 r., kiedy oddawane były do użytkowania inwestycje mieszkaniowe rozpoczęte w okresie hossy na rynku. W województwie zachodniopomorskim w 2009 r. wartość wskaźnika była czterokrotnie wyższa niż w 1995 r., w którym zanotowano jego najniższy poziom (11,73).

Na rys. 4 zaprezentowano dynamikę wskaźnika inwestycji mieszkaniowych, który oznacza relację liczby mieszkań oddanych do użytkowania ogółem do liczby mieszkań, na których budowę uzyskano pozwolenie. Wartość wskaźnika mniejsza od jedności oznacza przynajmniej dwuletni regres w budownictwie mieszkaniowym [Foryś 2014] i przesunięcie w czasie podaży nowych mieszkań. Taka sytuacja miała miejsce w większości województw w latach 2000–2001 oraz 2006–2011. Ten wskaźnik również cechuje dynamiczny wzrost do poziomu odbiegającego od przeciętnej w 2003 r. z przyczyn wspomnianych wcześniej. Niepokojące są wartości wskaźnika poniżej i na poziomie 0,5. Oznacza to, że

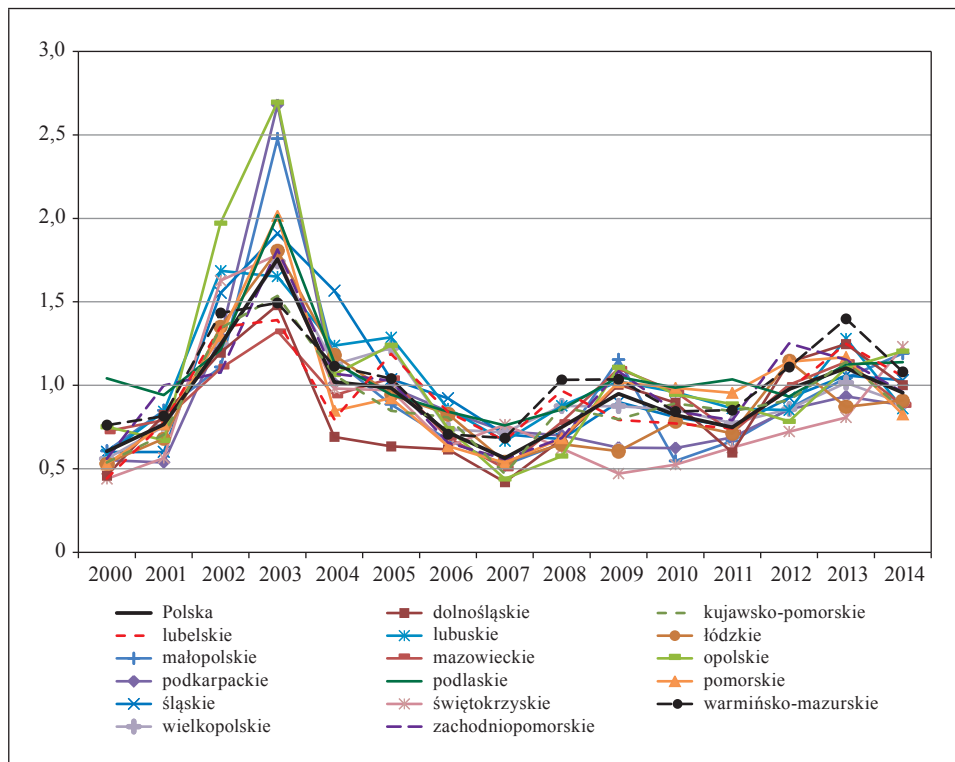


Rys. 3. Liczba mieszkań oddanych do użytkowania ogółem na 10 tys. ludności faktycznie zamieszkałej według województw w latach 1995–2013 (Y3)

Źródło: obliczenia własne.

liczba mieszkań oddanych do użytkowania jest dwukrotnie wyższa niż liczba mieszkań, na których budowę wydano pozwolenia, czyli deweloperzy są ostrożni w podejmowaniu inwestycji i występuje nadpodaż mieszkań na rynku. Utrzymanie się przez dłuższy czas wskaźnika poniżej jedności oznacza wycofywanie się deweloperów z rynku mieszkaniowego. W województwie zachodniopomorskim najniższą wartość wskaźnika zanotowano w 2000 r. (0,56), natomiast najwyższą w 2012 r. (1,25).

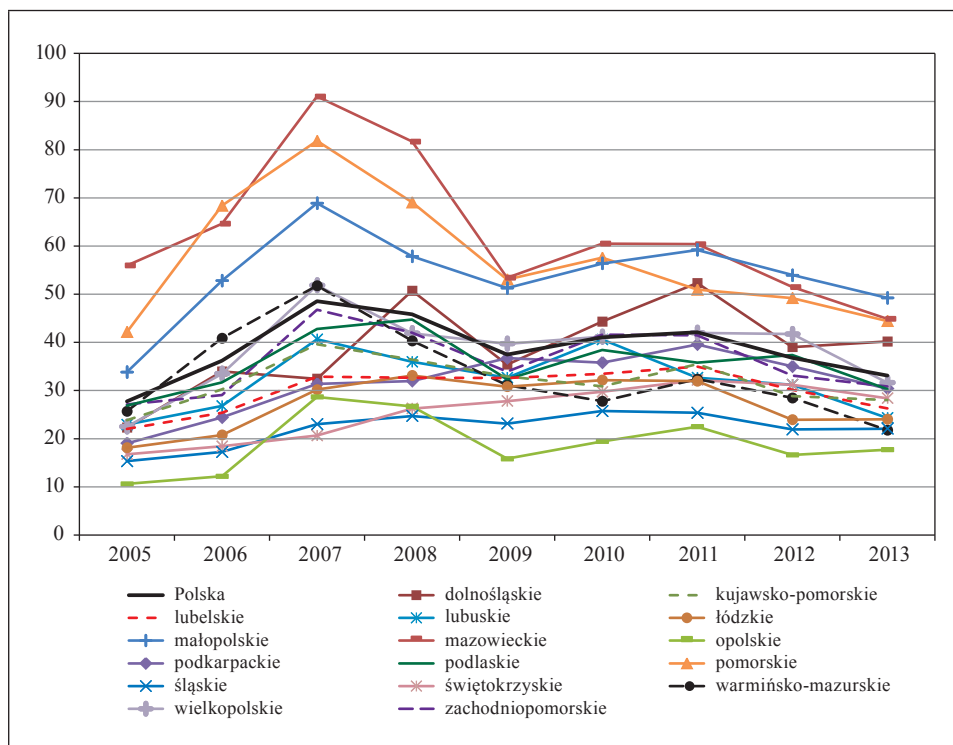
O rzeczywistej aktywności deweloperskiej na rynku mieszkaniowym świadczy liczba rozpoczynanych inwestycji. Dodatnia wysoka korelacja między liczbą mieszkań, których budowę rozpoczęto, i ludności faktycznie zamieszkałej oznacza również wysoki stopień zaspokajania potrzeb mieszkaniowych lokalnej ludności. Wartość wskaźnika osiągała najwyższe poziomy w latach 2007–2009 w większości województw, ale w tym okresie było widoczne również największe



Rys. 4. Stosunek liczby mieszkań oddanych do użytkowania ogółem do liczby mieszkań, na których budowę uzyskano pozwolenie, według województw w latach 2000–2014 (Y4)

Źródło: obliczenia własne.

zróznicowanie wskaźnika od 20 do 90 mieszkań, których budowę rozpoczęto na 10 tys. mieszkańców (rys. 5). W latach 2009–2013 wskaźnik przyjmuje wartości z przedziału 10–60 i charakteryzuje się podobną tendencją dla większości województw, z wyjątkiem dolnośląskiego i pomorskiego. Związujący się w czasie przedział wartości wskaźnika oraz tendencja malejąca tych wartości wskazuje na pogłębiającą się dekoniunkturę na rynku inwestycji mieszkaniowych nawet w województwach dotychczas różniących się od pozostałych. Te najbardziej aktywne rynki mieszkaniowe z okresu koniunktury osiągają wartości wskaźnika na poziomie województw o najslabszych w tamtym okresie efektach budownictwa mieszkaniowego. Województwo zachodniopomorskie nie odbiega od tej ogólnej tendencji.

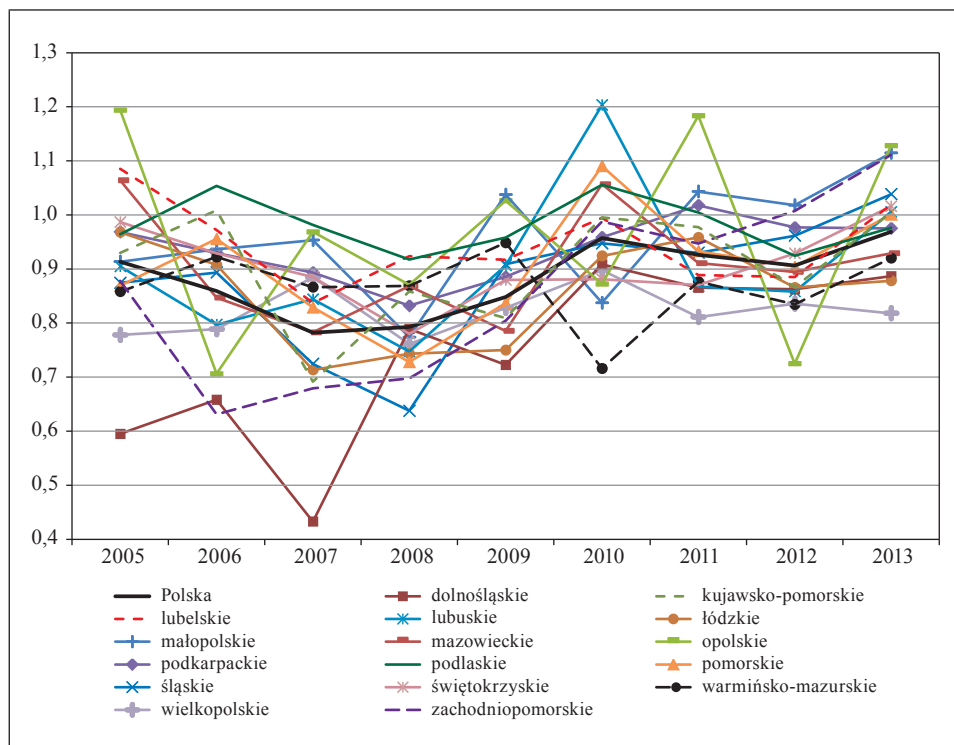


Rys. 5. Liczba mieszkań, których budowę rozpoczęto ogółem, na 10 tys. ludności faktycznie zamieszkałej według województw w latach 2005–2013 (Y5)

Źródło: obliczenia własne.

W przypadku zmiennej Y6 (rys. 6) od ogólnej tendencji odbiega województwo dolnośląskie (z wysoką dynamiką inwestycji mieszkaniowych) oraz województwa o niskiej dynamice tych inwestycji, tj. opolskie oraz lubuskie. Zapewnienie stabilnej podaży mieszkań na rynku lokalnym oraz racjonalna polityka firm deweloperskich oznaczają co najmniej bliski jedności wskaźnik liczby mieszkań, których budowę rozpoczęto ogółem, do liczby mieszkań, na których budowę uzyskano pozwolenie. Stabilna tendencja wzrostowa wskaźnika występuje np. w województwie zachodniopomorskim, w którym w latach 2006–2013 wzrósł on z poziomu 0,63 do 1,11. Najniższą wartość wskaźnika w badanych latach zanotowano w województwie dolnośląskim w 2007 r. (0,43), a najwyższą w lubuskim w 2010 r. (1,20). W przypadku tej zależności należy również szukać przesunięcia w czasie związków między już uzyskanymi efektami budownictwa mieszkaniowego a dopiero podejmowanymi inwestycjami mieszkaniowymi, co

wiąże się z wykorzystaniem potencjału wykonawczego firm deweloperskich, jak również z długością cyklu budowlanego.



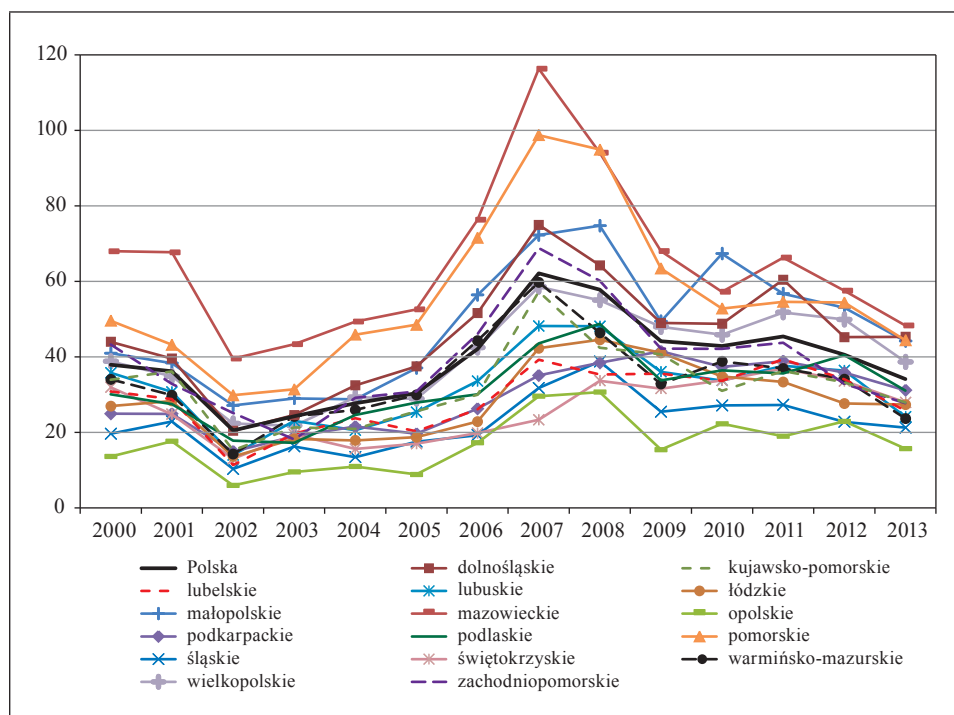
Rys. 6. Stosunek liczby mieszkań, których budowę rozpoczęto ogółem, do liczby mieszkań, na których budowę uzyskano pozwolenie, według województw w latach 2005–2013 (Y6)

Źródło: obliczenia własne.

O sile lokalnego rynku inwestycyjnego decyduje popyt na nowe mieszkania generowany przez gospodarstwa domowe. Liczba pozwoleń na budowę nowych mieszkań na 10 tys. ludności faktycznie zamieszkałej na terenie danego lokalnego rynku (rys. 7) jest miarą, która pozwala ocenić rzeczywiste działania deweloperskie podejmowane na rynku w kontekście potencjału demograficznego. Tendencje we wszystkich badanych województwach są podobne. Najwyższe wartości wskaźnik uzyskał w 2007 r., w okresie hossy na rynku nieruchomości, najniższe w 2002 r., kończącym poprzedni okres dekoniunktury. W 2007 r. największą aktywnością charakteryzowały się województwa mazowieckie



i pomorskie. Najniższe wartości wskaźnika w całym badanym okresie zanotowano w województwie opolskim.



Rys. 7. Liczba mieszkań, na których budowę uzyskano pozwolenie, na 10 tys. ludności faktycznie zamieszkałej, według województw w latach 2000–2013 (Y7)

Źródło: obliczenia własne.

Na podstawie omówionych zmiennych można zbadać analogie w czasie między prawidłowościami zachodzącymi na lokalnych rynkach mieszkaniowych.

### 3. Metoda badawcza

Do wyznaczenia prognoz wykorzystano metodę analogii przestrzenno-czasowych, która polega na przenoszeniu z jednych obiektów do innych prawidłowości zmian zjawisk w czasie [*Prognozowanie gospodarcze...* 2001, Dittmann 2002]. Prognozowanie z wykorzystaniem analogii przestrzenno-czasowych wymaga szeregów czasowych dla zmiennej prognozowanej nie tylko dla prognozowanego obiektu, ale również dla obiektów podobnych.

Prognozowanie z wykorzystaniem analogii przestrzenno-czasowych składa się z następujących etapów:

– wybór wstępnej listy obiektów podobnych i zebranie dla nich danych o zmiennej prognozowanej;

– pomiar podobieństwa obiektów<sup>1</sup> i wybór obiektów najbardziej podobnych; na tym etapie do pomiaru podobieństwa można wykorzystać kryterium podobieństwa poziomu, kryterium podobieństwa kształtu lub współczynnik korelacji [Cieślak i Jasiński 1979, Grabiński 1986, Gondek 2011, Szandula 2002, Szozda 2010];

– wyznaczenie prognozy cząstkowej; prognozę cząstkową dla obiektu prognozowanego na podstawie informacji z  $k$ -tego obiektu podobnego wyznacza się, korzystając z formuły (1):

$$Y_t^{*(0,k)} = Y_t^{(k)} + \Delta^{(0,k)} \quad (t = 1, 2, \dots, n^{(k)}), \quad (1)$$

gdzie:

$Y_t^{*(0,k)}$  – prognoza cząstkowa zmiennej prognozowanej wyznaczona na podstawie informacji z  $k$ -tego obiektu podobnego,

$Y_t^{(k)}$  – wartość zmiennej prognozowanej w okresie  $t$  w  $k$ -tym obiekcie podobnym,

$\Delta^{(0,k)} = Y_0^{(0)} - Y_0^{(i)}$  – stała przesunięcia,

$n^k$  – maksymalny horyzont prognozy cząstkowej;

– wyznaczenie prognozy globalnej, która stanowi przesunięcie szeregu czasowego obiektu prognozowanego o przeciętną wartość prognoz cząstkowych (2):

$$Y_t^{*(0)} = \sum_{k=1}^K Y_t^{*(0,k)} w^{(0,k)} \quad (t = 1, 2, \dots, \min n^{(k)}), \quad (2)$$

gdzie:

$$w^{(0,k)} = \frac{m^{(0,k)}}{\sum_{k=1}^K m^{(0,k)}},$$

$m^{(0,k)}$  – wartość miary podobieństwa obiektu prognozowanego i  $k$ -tego obiektu podobnego.

Ze względu na niezbyt długie szeregi czasowe badanych zmiennych jako miernik dokładności prognoz wykorzystano średni współczynnik korelacji dla obiektów podobnych.

Otrzymana w ten sposób prognoza globalna jest prognozą ostateczną. Maksymalny horyzont wyznaczonej w ten sposób prognozy jest równy najmniejszemu z maksymalnych horyzontów prognoz cząstkowych. Metoda analogii prze-

<sup>1</sup> Obliczenia przeprowadzane są na danych standaryzowanych.

strzenno-czasowych nie jest jedyną metodą analogową. Inne podejścia wykorzystujące analogie można znaleźć w np. pracach: [Duncan, Gorr i Szczypuła 2001, Green i Armstrong 2007, Lin 2005].

#### 4. Uzyskane wyniki

Dla każdej z osobno rozpatrywanych siedmiu zmiennych poszukiwano podobieństwa przebiegu w czasie. Rozpatrywano zmienne bez opóźnień, z opóźnieniem o rok oraz z opóźnieniem o 2 lata. Nie zdecydowano się na większe opóźnienia ze względu na to, że wraz ze zwiększaniem opóźnień skracają się porównywane szeregi czasowe. Do oceny podobieństwa szeregów czasowych wykorzystano współczynniki korelacji pomiędzy opóźnionymi bądź nieopóźnionymi zmiennymi dla wszystkich województw. W przypadku braku opóźnień do nazwy województwa dodano symbol 0, w przypadku opóźnienia o rok dodano symbol 1, a w przypadku opóźnienia o 2 lata – symbol 2.

W tabeli 1 przedstawiono wyniki obliczeń współczynników korelacji dla województwa zachodniopomorskiego. Zaprezentowano tylko korelacje ze zmiennymi opóźnionymi w stosunku do zmiennych opisujących województwo zachodniopomorskie. Obliczenia przeprowadzono również dla sytuacji odwrotnej, lecz otrzymane współczynniki korelacji były niższe i dlatego pominięto je w prezentacji. Współczynniki istotne na poziomie 0,05 zaznaczono pogrubioną czcionką.

Tabela 1. Współczynniki korelacji pomiędzy zmiennymi nieopóźnionymi dla województwa zachodniopomorskiego a zmiennymi bez opóźnień oraz z opóźnieniami o rok i 2 lata dla Polski i pozostałych województw

Wyszczególnienie	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7
Polska_0	<b>0,89</b>	<b>0,91</b>	<b>0,94</b>	<b>0,85</b>	<b>0,94</b>	<b>0,88</b>	<b>0,96</b>
Polska_1	0,44	0,45	0,37	0,44	0,31	0,41	0,37
Polska_2	0,30	0,16	-0,14	-0,01	-0,68	0,22	-0,43
Dolnośląskie_0	<b>0,86</b>	<b>0,91</b>	<b>0,87</b>	0,52	0,56	<b>0,71</b>	<b>0,93</b>
Dolnośląskie_1	0,43	0,25	0,42	0,19	-0,07	<b>0,78</b>	0,41
Dolnośląskie_2	0,12	-0,06	0,11	0,03	-0,60	<b>0,76</b>	-0,44
Kujawsko-pomorskie_0	<b>0,72</b>	<b>0,78</b>	<b>0,81</b>	<b>0,68</b>	<b>0,88</b>	0,45	<b>0,89</b>
Kujawsko-pomorskie_1	0,13	0,43	0,50	0,65	0,35	0,07	0,34
Kujawsko-pomorskie_2	-0,17	-0,18	-0,15	-0,17	-0,62	0,08	-0,36
Lubelskie_0	0,53	0,40	<b>0,72</b>	0,58	<b>0,86</b>	0,31	<b>0,67</b>
Lubelskie_1	-0,34	-0,28	0,35	0,45	0,15	-0,42	-0,10
Lubelskie_2	0,09	0,44	-0,22	-0,01	<b>-0,79</b>	-0,45	<b>-0,81</b>
Lubuskie_0	0,16	0,59	<b>0,74</b>	<b>0,69</b>	<b>0,92</b>	0,64	<b>0,91</b>

cd. tabeli 1

Wyszczególnienie	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7
Lubuskie_1	-0,37	-0,24	0,44	0,59	0,34	0,27	0,28
Lubuskie_2	-0,68	-0,55	-0,22	0,02	-0,73	0,26	-0,41
Łódzkie_0	0,61	0,12	<b>0,84</b>	<b>0,69</b>	<b>0,86</b>	0,50	<b>0,77</b>
Łódzkie_1	0,12	-0,10	0,41	0,21	0,17	0,03	0,10
Łódzkie_2	0,03	-0,31	-0,17	-0,08	-0,68	-0,07	-0,60
Małopolskie_0	0,53	0,12	<b>0,89</b>	<b>0,79</b>	<b>0,86</b>	0,49	<b>0,85</b>
Małopolskie_1	-0,02	0,05	0,23	0,29	0,42	0,43	0,37
Małopolskie_2	-0,04	0,37	-0,09	-0,15	<b>-0,76</b>	0,05	-0,46
Mazowieckie_0	<b>0,75</b>	0,56	<b>0,88</b>	<b>0,83</b>	<b>0,72</b>	0,55	<b>0,97</b>
Mazowieckie_1	0,46	0,42	0,29	0,36	0,28	-0,06	0,57
Mazowieckie_2	0,61	<b>0,73</b>	-0,18	0,08	-0,24	-0,03	-0,15
Opolskie_0	0,13	<b>0,67</b>	<b>0,81</b>	0,48	<b>0,93</b>	0,35	<b>0,82</b>
Opolskie_1	0,12	0,59	0,41	0,23	0,04	-0,13	0,17
Opolskie_2	0,11	-0,05	-0,10	-0,02	-0,62	0,19	-0,50
Podkarpackie_0	0,42	0,36	<b>0,80</b>	0,53	0,61	<b>0,72</b>	0,47
Podkarpackie_1	0,29	0,60	0,22	0,36	0,06	0,32	-0,17
Podkarpackie_2	-0,49	-0,33	-0,15	-0,12	<b>-0,76</b>	0,10	<b>-0,77</b>
Podlaskie_0	<b>0,68</b>	0,43	<b>0,82</b>	<b>0,70</b>	<b>0,87</b>	-0,05	<b>0,75</b>
Podlaskie_1	<b>0,87</b>	<b>0,85</b>	0,32	0,51	0,09	-0,20	0,02
Podlaskie_2	0,69	0,45	0,02	-0,15	-0,52	-0,08	-0,46
Pomorskie_0	<b>0,73</b>	0,44	<b>0,93</b>	<b>0,91</b>	0,63	0,59	<b>0,96</b>
Pomorskie_1	<b>0,82</b>	<b>0,71</b>	0,39	0,42	0,63	0,24	0,55
Pomorskie_2	0,62	0,09	0,01	0,03	-0,27	0,10	-0,09
Śląskie_0	0,35	<b>0,78</b>	<b>0,76</b>	<b>0,64</b>	<b>0,79</b>	<b>0,77</b>	<b>0,81</b>
Śląskie_1	-0,56	-0,08	0,35	0,56	0,07	0,51	0,11
Śląskie_2	-0,59	-0,39	-0,32	-0,12	<b>-0,76</b>	0,08	-0,52
Świętokrzyskie_0	<b>0,69</b>	0,27	<b>0,66</b>	0,22	0,33	0,50	0,21
Świętokrzyskie_1	0,42	0,48	0,48	0,23	-0,22	-0,24	-0,39
Świętokrzyskie_2	0,26	-0,05	-0,13	-0,24	-0,66	-0,71	<b>-0,79</b>
Warmińsko-mazurskie_0	<b>0,86</b>	<b>0,69</b>	<b>0,81</b>	0,61	0,58	-0,30	<b>0,95</b>
Warmińsko-mazurskie_1	0,55	0,66	<b>0,54</b>	0,67	0,50	-0,20	0,66
Warmińsko-mazurskie_2	0,41	0,53	-0,20	0,28	-0,21	-0,27	-0,18
Wielkopolskie_0	<b>0,84</b>	<b>0,73</b>	<b>0,84</b>	<b>0,80</b>	<b>0,87</b>	0,24	<b>0,79</b>
Wielkopolskie_1	0,61	0,65	0,27	0,54	0,31	0,30	0,13
Wielkopolskie_2	0,50	0,54	-0,25	0,03	-0,75	0,21	-0,61

Źródło: obliczenia własne.

Otrzymane wyniki nie są jednakowe dla wszystkich województw. Wysokie istotne współczynniki korelacji dla województwa zachodniopomorskiego otrzymano:

- dla wszystkich zmiennych oraz całej Polski bez opóźnienia;
- dla zmiennej Y1, czyli liczby transakcji lokalami mieszkalnymi na 10 tys. ludności faktycznie zamieszkałej dla województw dolnośląskiego, kujawsko-pomorskiego, mazowieckiego, świętokrzyskiego, warmińsko-mazurskiego i wielkopolskiego bez opóźnień, dla podlaskiego i pomorskiego z opóźnieniem o rok;
- dla zmiennej Y2, czyli dla stosunku liczby mieszkań oddanych do użytkowania do liczby transakcji lokalami mieszkalnymi, dla województw dolnośląskiego, kujawsko-pomorskiego, opolskiego, śląskiego, warmińsko-mazurskiego i wielkopolskiego bez opóźnień, dla podlaskiego i pomorskiego z opóźnieniem rocznym, dla województwa mazowieckiego z opóźnieniem o 2 lata;
- dla zmiennej Y3, czyli liczby mieszkań oddanych do użytkowania ogółem na 10 tys. ludności faktycznie zamieszkałej, dla wszystkich województw bez opóźnień;
- dla zmiennej Y4, czyli dla stosunku liczby mieszkań oddanych do użytkowania ogółem do liczby mieszkań, na których budowę uzyskano pozwolenie, dla województw kujawsko-pomorskiego, lubuskiego, łódzkiego, małopolskiego, mazowieckiego, podlaskiego, pomorskiego, śląskiego i wielkopolskiego bez opóźnień;
- dla zmiennej Y5, czyli liczby mieszkań, których budowę rozpoczęto ogółem, na 10 tys. ludności faktycznie zamieszkałej, dla województw kujawsko-pomorskiego, lubelskiego, lubuskiego, łódzkiego, małopolskiego, mazowieckiego, opolskiego, podlaskiego, śląskiego i wielkopolskiego bez opóźnień;
- dla zmiennej Y6, czyli dla stosunku liczby mieszkań, których budowę rozpoczęto ogółem, do liczby mieszkań, na których budowę uzyskano pozwolenie, dla województw dolnośląskiego, podkarpackiego i śląskiego bez opóźnień;
- dla zmiennej Y7, czyli liczby mieszkań, na których budowę uzyskano pozwolenie, na 10 tys. ludności faktycznie zamieszkałej, dla wszystkich województw oprócz podkarpackiego i świętokrzyskiego bez opóźnień.

W przeprowadzonych badaniach jako obiekt prognozowany wybrano województwo zachodniopomorskie. Potencjalnymi obiektami podobnymi były pozostałe województwa oraz Polska. Pomiar podobieństwa obiektów przeprowadzono za pomocą współczynnika korelacji. Jego wartości dla badanych zmiennych oryginalnych oraz opóźnionych o rok i 2 lata zaprezentowano w tabeli 1. Wyznaczono również współczynniki korelacji dla dłuższych opóźnień, ale nie były one istotne. Wysokie wartości współczynnika korelacji (tu wykorzystanego jako miara podobieństwa) świadczą o podobnym przebiegu badanej zmiennej,

ale nie można na ich podstawie wnioskować ani o istnieniu zależności, ani o jej kierunku.

Na podstawie przeprowadzonych badań można stwierdzić, że przebieg zmienności rozpatrywanych zmiennych w województwie zachodniopomorskim był w większości przypadków podobny do przebiegu zmienności tych samych zmiennych w innych województwach w tym samym czasie. W kilku przypadkach znaleziono jednak podobieństwo do zmiennych opóźnionych i podobieństwa te mogą stać się podstawą do wyznaczania prognoz.

Z analizy danych zaprezentowanych w tabeli 1 wynika, że tylko w przypadku dwóch zmiennych Y1 oraz Y2 można było wykorzystać analogie przestrzenno-czasowe do wyznaczenia prognoz. Wysokie dodatnie wartości współczynnika korelacji wystąpiły dla zmiennej Y1 pomiędzy województwem zachodniopomorskim a województwami podlaskim oraz pomorskim, dla obydwu przy opóźnieniu o rok, a dla zmiennej Y2 pomiędzy województwem zachodniopomorskim a województwami podlaskim i pomorskim przy opóźnieniu o rok oraz mazowieckim przy opóźnieniu o 2 lata. Wyznaczone prognozy cząstkowe oraz prognozę globalną dla zmiennej Y1 przedstawiono w tabeli 2, a dla zmiennej Y2 w tabeli 3.

Tabela 2. Prognozy cząstkowe oraz prognoza globalna dla zmiennej Y1 dla województwa zachodniopomorskiego na 2014 r.

Wyszczególnienie	Obiekt podobny	
	województwo podlaskie	województwo pomorskie
Prognoza cząstkowa	46,942	51,710
Współczynnik korelacji	0,870	0,817
Prognoza globalna	49,252	
Miernik dokładności	0,844	

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 3. Prognozy cząstkowe oraz prognoza globalna dla zmiennej Y2 dla województwa zachodniopomorskiego na 2014 r.

Wyszczególnienie	Obiekt podobny		
	województwo podlaskie	województwo pomorskie	województwo mazowieckie
Prognoza cząstkowa	0,850	0,750	0,759
Współczynnik korelacji	0,733	0,852	0,761
Prognoza globalna	0,784		
Miernik dokładności	0,782		

Źródło: obliczenia własne.

Prognozy wyznaczone dla zmiennych Y1 oraz Y2 charakteryzują się wysokimi wartościami miernika dokładności prognoz – odpowiednio 0,844 oraz 0,782, przy maksymalnej wartości tego miernika 1. Co prawda tylko dla dwóch z badanych zmiennych można było wyznaczyć prognozy oraz w jednym przypadku dwa, a w drugim przypadku trzy województwa zostały zakwalifikowane jako obiekty podobne, ale przedstawione wyniki zachęcają do dalszych badań.

## 5. Podsumowanie

Tendencje na lokalnych rynkach inwestycji mieszkaniowych wykazują podobieństwo w większości badanych województw. Przyczyny takiego stanu należy upatrywać w podatności rynku mieszkaniowego na cykle koniunkturalne całej gospodarki [Foryś 2012, Batóg i Foryś 2013], powojennym niedoborze mieszkań niwelowanym w Polsce do końca ubiegłego stulecia, a tym samym niezaspokojonych potrzebach mieszkaniowych gospodarstw domowych. Tempo tych zmian jednak nie jest jednakowe, co widać na rys. 1–7 – pojedyncze województwa odstają od ogólnej tendencji, gdy badane zmienne są analizowane w tych samych latach. Proponowane badania koncentrowały się również na zależnościach między zmiennymi i badanymi obiektami z przesunięciem w czasie o rok lub 2 lata.

Szczególną uwagę zwrócono na województwo zachodniopomorskie, szukając podobieństw do zmian w czasie omawianego rynku inwestycji mieszkaniowych w tym województwie z innymi województwami. Ze względu na opóźnienia istotne okazały się zmienne: Y1 – liczba transakcji lokalami mieszkalnymi na 10 tys. ludności faktycznie zamieszkałej, oraz Y2 – stosunek liczby mieszkań oddanych do użytkowania do liczby transakcji lokalami mieszkalnymi. Ogólnie zmienne te analizowane z opóźnieniami wskazują na istotną zależność pomiędzy ruchem ludności a ruchem na rynku mieszkaniowym (sprzedażą), które nie odbywają się jednocześnie [Foryś 2011]. Najczęściej decyzje dotyczące sprzedaży mieszkań są przesuniętą w czasie konsekwencją ruchu ludności. Podobna sytuacja ma miejsce w przypadku relacji między sprzedażą mieszkania lub jego zakupem a podażą nowych mieszkań na rynku. W prowadzonych badaniach wskazano na fakt, że w przypadku tych dwóch zmiennych prawidłowości dotyczące województwa zachodniopomorskiego są zbieżne z tymi dotyczącymi innych województw, ale z uwzględnieniem przesunięć w czasie. Oznacza to, że rynki lokalne reagują z opóźnieniami na te same zdarzenia, które mają miejsce na najbardziej rozwiniętych rynkach mieszkaniowych. Uzyskany wynik pozwolił na stworzenie prognozy dla tych dwóch zmiennych z opóźnieniami i kilku województw. W opracowaniu zdecydowano się jednak na badanie zmiennych, które

były wskaźnikami natężenia, a być może więcej byłoby podobnych województw przy rozważaniu zmiennych o wartościach absolutnych, co stanowi przyczynek do kontynuacji badań.

## Literatura

- Batóg B., Foryś I. [2013], *The Analysis of Spatial Stability of Prices on the Secondary Housing Market*, „Acta Universitatis Lodzianis Folia Oeconomica”, nr 292, Łódź.
- Cieślak M., Jasiński R. [1979], *Miara podobieństwa funkcji*, „Przegląd Statystyczny”, vol. XXVI, nr 3/4.
- Dittmann P. [2002], *Metody prognozowania sprzedaży w przedsiębiorstwie*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.
- Duncan G.T., Gorr W.L., Szczypuła J. [2001], *Forecasting Analogous Time Series* [w:] *Principles of Forecasting*, red. J.S. Armstrong, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Foryś I. [2011], *Spoleczno-gospodarcze determinanty rozwoju rynku mieszkaniowego w Polsce. Ujęcie ilościowe*, Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin.
- Foryś I. [2012], *Growth Potential of the Polish Housing Market in the European Union Context*, Studia i Prace WNEiZ US, nr 29, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, nr 748, Climate Change, Economy and Society – Interactions in the Baltic Sea Region, Szczecin.
- Foryś I. [2014], *Przestrzenne zróżnicowanie dynamiki wybranych wskaźników budownictwa mieszkaniowego w Polsce w latach 2003–2013*, Studia i Prace WNEiZ, nr 37, t. 1, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, nr 826, Szczecin.
- Gondek A. [2011], *Prognozy rozwoju gospodarczego Polski z użyciem metody analogii przestrzenno-czasowych*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, nr 185, Prognozowanie w zarządzaniu firmą, Wrocław.
- Grabiński T. [1986], *Statystyczne metody prognozowania przez analogie i ocena ich przydatności na tle metod klasycznych*, „Przegląd Statystyczny”, vol. XXXIII, nr 2.
- Green K.C., Armstrong J.S. [2007], *Structured Analogies for Forecasting*, „International Journal of Forecasting”, vol. 23(3), <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijforecast.2007.05.005>.
- Lin F.J. [2005], *Forecasting Telecommunication New Service Demand by Analogy Method and Combined Forecast*, „Yugoslav Journal of Operations Research”, vol. 15(1), <http://dx.doi.org/10.2298/yjor0501097l>.
- Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania* [2001], red. M. Cieślak, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Szandula J. [2002], *Podobieństwo zmiennych w prognozowaniu metodą analogii przestrzenno-czasowych*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Ekonomia, nr 935, Zastosowania metod ilościowych, Wrocław.
- Szozda N. [2010], *Analogous Forecasting of Products with a Short Life Cycle*, „Decision Making in Manufacturing and Services”, vol. 4, nr 1–2.



## **Forecasting Property Developer Activity on the Polish Housing Market by Means of Spatio-Temporal Analogies**

(Abstract)

The activity of housing market participants is not identical on every local and regional real estate market. Usually the increase and decrease of the activity on the housing market and the values of variables characterising it are delayed on less developed markets.

The aim of the paper is to find whether some processes on the housing market are characterised by the same intensity and dynamics in every voivodship in Poland in comparison to the Zachodniopomorskie (Western Pomeranian) voivodship. The article examines variables including relative number of transactions, the relative number of dwellings for which permits have been granted, the relative number of dwellings completed, and the relative number of dwellings upon which construction was started.

Spatio-temporal analogies was the method used. It revealed that the dynamics of most variables for Zachodniopomorskie voivodship were similar to those characterising other voivodships apart from the two first relative variables. For these two variables the forecasts were computed.

**Keywords:** housing market, developers, analogy methods, forecasting.

*Katarzyna Frodyma*

Katedra Statystyki

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

# Przestrzenno-czasowa analiza dynamiki udziału energii ze źródeł odnawialnych w końcowym zużyciu energii w Unii Europejskiej\*

## Streszczenie

Rozwój sektora energii odnawialnej jest jednym z priorytetów polskiego rządu – zgodnie z Dyrektywą 2009/28/WE państwa członkowskie UE powinny stopniowo zwiększać udział energii ze źródeł odnawialnych w całkowitym zużyciu energii. Szczegółowe cele polityki energetycznej Polski to wzrost udziału energii ze źródeł odnawialnych w finalnym zużyciu energii do poziomu 15,5% w 2020 r. (19,13% dla energii elektrycznej, 17,05% dla ciepłownictwa i chłodnictwa, 11,36% dla paliw transportowych).

Głównym celem artykułu jest ocena zróżnicowania krajów ze względu na dynamikę udziału energii ze źródeł odnawialnych w całkowitym zużyciu energii w poszczególnych sektorach. W pracy przedstawiono analizę dynamiki udziału energii ze źródeł odnawialnych w finalnym zużyciu energii elektrycznej, ciepłownictwa i chłodnictwa oraz paliw transportowych. Przeprowadzono analizę zmian w uporządkowaniach krajów ze względu na udział energii ze źródeł odnawialnych w końcowym zużyciu energii z wykorzystaniem współczynnika  $\tau$  Kendalla. Celem tej analizy jest sprawdzenie hipotezy mówiącej, że uporządkowanie krajów Unii Europejskiej ze względu na udział energii odnawialnej w ogólnym zużyciu energii nie uległo istotnym zmianom w latach 2005–2013. Przedstawiono także wyniki analizy zależności udziału energii odnawialnej w poszczególnych

---

\* Artykuł powstał w ramach realizacji projektu badawczego dofinansowanego ze środków przyznanych Wydziałowi Zarządzania Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie w ramach dotacji na utrzymanie potencjału badawczego.

sektorach. Wyodrębniono grupy państw, które charakteryzują się podobną dynamiką udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii w poszczególnych sektorach.

**Słowa kluczowe:** energia odnawialna, analiza dynamiki, rangowanie, grupowanie.

## 1. Wprowadzenie

Jednym z priorytetów Unii Europejskiej zapisywanym w kolejnych dyrektywach jest rozwój sektora energii odnawialnej. Pierwsza dyrektywa unijna dla tego sektora to Dyrektywa 2001/77/WE<sup>1</sup>; jej celem było osiągnięcie 7,5-procentowego udziału energii ze źródeł odnawialnych w bilansie zużycia energii elektrycznej brutto w 2010 r. oraz 5,75-procentowego udziału biopaliw w bilansie zużycia paliw transportowych. Cele te były jednak niewiążące, a zatem niezagrożone karą za ich niespełnienie. Druga dyrektywa (znana potem jako Dyrektywa 2003/30/WE<sup>2</sup>) weszła w życie dopiero w połowie 2003 r., a więc w 2002 r., na etapie negocjacji akcesyjnych Polski, nie było obowiązku jej wdrożenia. Zgodnie z aktualnie obowiązującą Dyrektywą 2009/28/WE<sup>3</sup> państwa członkowskie UE powinny stopniowo zwiększać udział energii ze źródeł odnawialnych w całkowitym zużyciu energii. Za niezrealizowanie celów wyznaczonych na 2020 r. grożą kary finansowe. Pakiet klimatyczno-energetyczny zawiera m.in. dwa cele na 2020 r.:

1) co najmniej 20% końcowego zużycia energii brutto w UE ma pochodzić z odnawialnych źródeł energii – całkowity cel wspólnotowy na poziomie 20% przekłada się na indywidualne cele dla poszczególnych państw członkowskich z należytym uwzględnieniem sprawiedliwego i odpowiedniego rozdziału zobowiązań, dostosowanego do zróżnicowanych punktów wyjściowych i potencjałów państw członkowskich, w tym obecnego poziomu wykorzystania energii ze źródeł odnawialnych i struktury koszyka energetycznego;

2) co najmniej 10% końcowego zużycia paliw transportowych pochodzić ma z odnawialnych źródeł energii – cel ten jest jednakowy dla wszystkich państw członkowskich, ponieważ handel paliwami transportowymi nie przysparza trud-

---

<sup>1</sup> Dyrektywa 2001/77/WE Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 27 września 2001 r. w sprawie wspierania produkcji na rynku wewnętrznym energii elektrycznej wytwarzanej ze źródeł odnawialnych, Dz.Urz. UE L 283, 27.10.2001.

<sup>2</sup> Dyrektywa 2003/30/WE Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 8 maja 2003 r. w sprawie wspierania użycia w transporcie biopaliw lub innych paliw odnawialnych, Dz.Urz. UE L 123, 17.05.2003.

<sup>3</sup> Dyrektywa Parlamentu Europejskiego i Rady 2009/28/WE z dnia 23 kwietnia 2009 r. w sprawie promowania stosowania energii ze źródeł odnawialnych, Dz.Urz. UE L 140/16, 5.06.2009.

ności; państwa członkowskie nieposiadające w wystarczającym zakresie odpowiednich zasobów będą mogły łatwo uzyskać biopaliwa w inny sposób.

W celu osiągnięcia obowiązkowych, ostatecznych celów państwa członkowskie powinny opracować krajowe plany działań w zakresie energii odnawialnej zawierające informacje o celach sektorowych. Szczegółowe cele polityki energetycznej Polski<sup>4</sup> to wzrost udziału energii ze źródeł odnawialnych w finalnym zużyciu energii do poziomu 15,5% w 2020 r. (19,13% dla energii elektrycznej, 17,05% dla ciepłownictwa i chłodnictwa, 11,36% dla paliw transportowych).

Ocena zróżnicowania krajów ze względu na dynamikę udziału energii ze źródeł odnawialnych w poszczególnych sektorach jest głównym celem niniejszego artykułu. Zostanie w nim przedstawiona analiza dynamiki udziału energii ze źródeł odnawialnych w finalnym zużyciu energii elektrycznej, ciepłownictwa i chłodnictwa oraz paliw transportowych. Z wykorzystaniem współczynnika  $\tau$  Kendalla przeprowadzona zostanie analiza zmian w uporządkowaniach krajów ze względu na udział energii ze źródeł odnawialnych w końcowym zużyciu energii. W oparciu o tę część analizy sprawdzona zostanie hipoteza mówiąca, że uporządkowanie krajów Unii Europejskiej ze względu na udział energii odnawialnej w ogólnym zużyciu energii nie ulega istotnym zmianom w latach 2005–2013. Zaprezentowane zostaną także wyniki analizy zależności pomiędzy udziałami energii odnawialnej w poszczególnych sektorach. Za pomocą metody  $k$ -medoidów wyodrębnione zostaną także grupy państw, które charakteryzują się podobną dynamiką udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii w poszczególnych sektorach.

Informacje o możliwościach wykorzystania odnawialnych źródeł energii w poszczególnych państwach prezentuje opracowanie [Zervos, Lins i Tesnière 2011], w którym scharakteryzowano nośniki energii odnawialnej wraz z ich procentowym wykorzystywaniem w poszczególnych sektorach. Praca zawiera także analizę możliwości wykorzystania poszczególnych nośników energii przez poszczególne kraje Unii Europejskiej. Aktualną analizę rynku energii w Unii Europejskiej znaleźć można także w opracowaniu [EU Energy in Figures... 2014].

## 2. Udział energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii w latach 2005–2013

Jednym z celów określonych w pakiecie klimatyczno-energetycznym jest to, aby co najmniej 20% końcowego zużycia energii brutto pochodziło z odnawial-

---

<sup>4</sup> W dniu 2 grudnia 2011 r. Rada Ministrów przyjęła opracowany przez Ministerstwo Gospodarki dokument pn. Uzupełnienie do Krajowego Planu Działania w zakresie energii ze źródeł odnawialnych.

Tabela 1. Udział energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii w latach 2005–2013 oraz cel na 2020 r.

Wyszczególnienie	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	Cel na 2020 r.	SRC <sup>a</sup>
UE	8,7	9,2	10,0	10,5	11,9	12,5	12,9	14,3	15,0	20,0	0,75
Austria	23,9	25,5	27,5	28,4	30,3	30,8	30,9	32,1	32,6	34,0	0,96
Belgia	2,3	2,7	3,4	3,8	5,2	5,7	6,1	7,4	7,9	13,0	0,61
Bułgaria	9,4	9,6	9,2	10,5	12,2	14,1	14,3	16,0	19,0	<b>16,0</b>	<b>1,19</b>
Chorwacja	12,8	12,8	12,1	12,1	13,1	14,3	15,4	16,8	18,0	20,0	0,90
Cypr	3,1	3,3	4,0	5,1	5,6	6,0	6,0	6,8	8,1	13,0	0,62
Czechy	6,0	6,4	7,4	7,6	8,5	9,5	9,5	11,4	12,4	13,0	0,95
Dania	15,6	15,9	17,8	18,6	20,0	22,0	23,4	25,6	27,2	30,0	0,91
Estonia	17,5	16,1	17,1	18,9	23,0	24,6	25,5	25,8	25,6	<b>25,0</b>	<b>1,02</b>
Finlandia	28,8	30,0	29,6	31,4	31,5	32,5	32,9	34,5	36,8	38,0	0,97
Francja	9,6	9,5	10,3	11,2	12,3	12,8	11,2	13,6	14,2	23,0	0,62
Grecja	7,0	7,2	8,2	8,0	8,5	9,8	10,9	13,4	15,0	18,0	0,83
Hiszpania	8,4	9,2	9,7	10,8	13,0	13,8	13,2	14,3	15,4	20,0	0,77
Holandia	2,3	2,6	3,1	3,4	4,1	3,7	4,3	4,5	4,5	16,0	0,28
Irlandia	2,9	3,1	3,6	4,1	5,1	5,6	6,6	7,3	7,8	16,0	0,49
Litwa	17,0	17,0	16,7	18,0	20,0	19,8	20,2	21,7	23,0	<b>23,0</b>	<b>1,00</b>
Luksemburg	1,4	1,5	2,7	2,8	2,9	2,9	2,9	3,1	3,6	11,0	0,33
Łotwa	32,3	31,1	29,6	29,8	34,3	30,4	33,5	35,8	37,1	40,0	0,93
Malta	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	1,0	1,4	2,7	3,8	10,0	0,38
Niemcy	6,7	7,7	9,0	8,5	9,9	10,4	11,4	12,1	12,4	18,0	0,69
Polska	6,9	6,9	6,9	7,7	8,7	9,2	10,3	10,9	11,3	16,0	0,71
Portugalia	19,5	20,8	21,9	23,0	24,4	24,2	24,7	25,0	25,7	31,0	0,83
Rumunia	17,6	17,1	18,3	20,5	22,7	23,4	21,4	22,8	23,9	24,0	1,00
Słowacja	5,9	6,3	7,6	7,7	9,3	9,0	10,3	10,4	9,8	14,0	0,70
Słowenia	16,0	15,6	15,6	15,0	19,0	19,3	19,4	20,2	21,5	25,0	0,86
Szwecja	40,5	42,6	44,1	45,2	48,2	47,2	48,9	51,1	52,1	<b>49,0</b>	<b>1,06</b>
Węgry	4,5	5,1	5,9	6,5	8,0	8,6	9,1	9,5	9,8	15,0	0,65
Wielka Brytania	1,4	1,6	1,8	2,4	3,0	3,3	3,8	4,2	5,1	15,0	0,34
Włochy	5,8	6,4	6,4	7,3	9,1	10,5	12,1	15,4	16,7	17,0	0,98

<sup>a</sup> SRC – stopień realizacji celów.

Uwaga: pogrubioną czcionką wyróżniono wartości, które wskazują na zrealizowanie celu.

Źródło: obliczenia własne.

nych źródeł energii, przy czym w każdym z krajów Unii Europejskiej udział ten ma być inny. Jak wynika z analizy danych zawartych w tabeli 1 udział odnawialnych źródeł energii w końcowym zużyciu energii w poszczególnych krajach jest różny<sup>5</sup>.

Cztery kraje: Bułgaria (cel – 16,0%; w 2013 r. było 19,0%), Estonia (cel – 25,0%; w 2013 r. było 25,6%), Litwa (cel – 23,0%; w 2013 r. było 23,0%) i Szwecja (cel – 49,0%; w 2013 r. było 52,1%), już w 2013 r. zrealizowały swoje zobowiązania wynikające z pakietu klimatyczno-energetycznego. Austria, Finlandia i Łotwa bliskie są osiągnięcia celu, mimo że dla tych państw udział energii odnawialnej, jaki mają osiągnąć w 2020 r., jest bardzo wysoki w stosunku do wartości dla Unii Europejskiej jako całości. Bliskie osiągnięcia celu, choć już nie tak wysoko postawionego, są: Chorwacja, Czechy, Rumunia i Włochy. W 2013 r. najniższy stopień realizacji celu<sup>6</sup> odnotowano w Holandii, dalekie od osiągnięcia celu zapisanego w Dyrektywie są też: Luksemburg, Malta i Wielka Brytania.

W latach 2005–2013 wzrósł średni udział energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii w krajach Unii Europejskiej z 11,6% do 17,9% (por. tabela 2). Widoczne jest bardzo duże zróżnicowanie pomiędzy poszczególnymi krajami, które jednak zmniejsza się w badanym okresie (współczynnik zmienności w 2005 r. wynosił 86%, a w 2013 r. już tylko 64%). Zaobserwowano niezbyt silną asymetrię prawostronną, co wskazuje na to, że w większości państw udział ten jest niższy niż średnia dla UE.

Na rys. 1 porównano stopień realizacji celów w poszczególnych krajach Unii Europejskiej z przyrostem udziału energii ze źródeł odnawialnych w 2013 r. W większości krajów przyrost ten jest nie większy niż 10% (por. tabela 3), dotyczy to zarówno krajów, które już w 2013 r. zrealizowały cel (Szwecja i Litwa) lub którym brakuje niewiele do zrealizowania celu (np. Rumunia, Włochy, Austria i Finlandia), jak również krajów, w których stopień realizacji celów jest zdecydowanie niższy (Irlandia). Bułgaria, mimo że już zrealizowała cel na 2020 r., wciąż odnotowuje duży przyrost udziału (niemal 20%). Podobny przyrost zaobserwowano także w krajach, którym do osiągnięcia celu brakuje jeszcze bardzo dużo (Luksemburg i Wielka Brytania). Zdecydowanie największy przyrost zanotowano na Malcie (ponad 40%), należy jednak podkreślić, że jest to kraj, któremu do osiągnięcia celu (najniższego w całej Unii Europejskiej) wciąż bardzo dużo brakuje. Tylko na Słowacji i w Estonii w 2013 r. zanotowano spadek udziału OZE w porównaniu z poprzednim rokiem. Przy czym w Estonii cel na

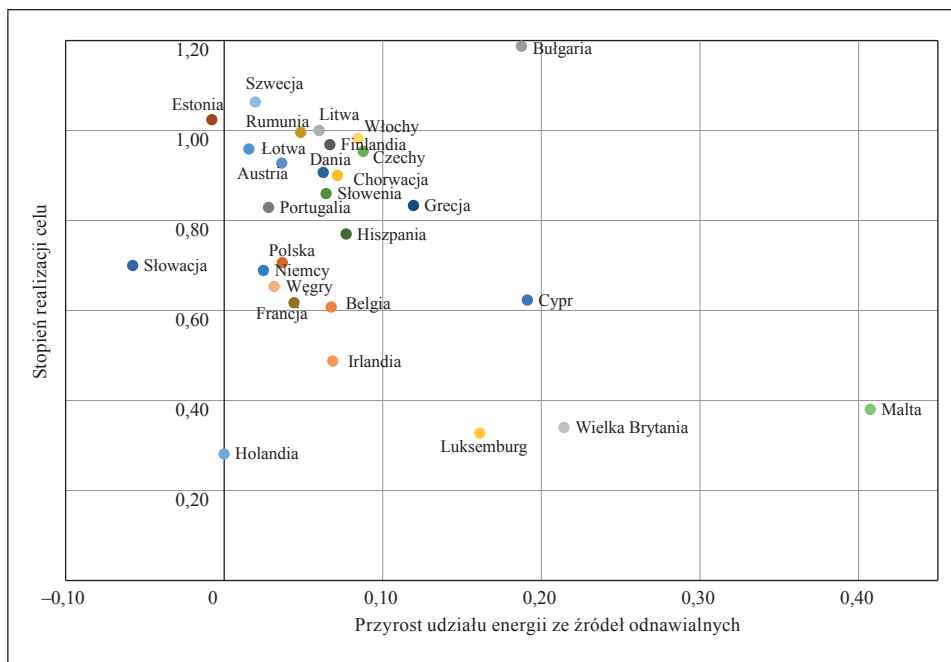
<sup>5</sup> Wykorzystano dane Eurostatu, <http://ec.europa.eu/eurostat> (dostęp: 2.05.2015).

<sup>6</sup> Stopień realizacji celów wyznaczony został jako stosunek udziału energii odnawialnej w 2013 r. do zapisanego w Dyrektywie celu danego państwa na 2020 r.

Tabela 2. Charakterystyki liczbowe dotyczące udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii w latach 2005–2013 w krajach Unii Europejskiej

Statystyki	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Średnia	11,6	11,9	12,5	13,2	14,7	15,2	15,7	16,9	17,9
Mediana	7,7	8,5	9,1	9,5	11,1	11,7	11,8	14,0	15,2
Minimum	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	1	1,4	2,7	3,6
Maksimum	40,5	42,6	44,1	45,2	48,2	47,2	48,9	51,1	52,1
Odchylenie standardowe	10,01	10,18	10,19	10,46	11,11	10,77	10,99	11,29	11,50
Współczynnik zmienności	0,86	0,85	0,82	0,79	0,75	0,71	0,70	0,67	0,64
Asymetria	1,25	1,35	1,37	1,32	1,22	1,10	1,18	1,16	1,11

Źródło: obliczenia własne.



Rys. 1. Przyrost udziału energii ze źródeł odnawialnych w końcowym zużyciu energii ogółem oraz stopień realizacji celów w krajach Unii Europejskiej w 2013 r.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 3. Dynamika udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii w latach 2006–2013<sup>a</sup> oraz średniookresowe tempo zmian (w %)

Wyszczególnienie	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	Średniookresowe tempo zmian	Czy cel zostanie zrealizowany?
UE	6	9	5	13	5	3	11	5	7	tak
Austria	7	8	3	7	2	0	4	2	4	tak
Belgia	17	26	12	37	10	7	21	7	17	tak
Bułgaria	2	-4	14	16	16	1	12	19	9	tak
Chorwacja	0	-5	0	8	9	8	9	7	4	tak
Cypr	6	21	28	10	7	0	13	19	13	tak
Czechy	7	16	3	12	12	0	20	9	9	tak
Dania	2	12	4	8	10	6	9	6	7	tak
Estonia	-8	6	11	22	7	4	1	-1	5	tak
Finlandia	4	-1	6	0	3	1	5	7	3	tak
Francja	-1	8	9	10	4	-13	21	4	5	nie
Grecja	3	14	-2	6	15	11	23	12	10	tak
Hiszpania	10	5	11	20	6	-4	8	8	8	tak
Holandia	13	19	10	21	-10	16	5	0	9	nie
Irlandia	7	16	14	24	10	18	11	7	13	tak
Litwa	0	-2	8	11	-1	2	7	6	4	tak
Luksemburg	7	80	4	4	0	0	7	16	13	nie
Łotwa	-4	-5	1	15	-11	10	7	4	2	tak
Malta	0	0	0	0	400	40	93	41	44	tak
Niemcy	15	17	-6	16	5	10	6	2	8	tak
Polska	0	0	12	13	6	12	6	4	6	tak
Portugalia	7	5	5	6	-1	2	1	3	4	tak
Rumunia	-3	7	12	11	3	-9	7	5	4	tak
Słowacja	7	21	1	21	-3	14	1	-6	7	tak
Słowenia	-3	0	-4	27	2	1	4	6	4	tak
Szwecja	5	4	2	7	-2	4	4	2	3	tak
Węgry	13	16	10	23	8	6	4	3	10	tak
Wielka Brytania	14	13	33	25	10	15	11	21	18	tak
Włochy	10	0	14	25	15	15	27	8	14	tak

<sup>a</sup> Dynamika liczona w stosunku do roku poprzedniego.

Źródło: obliczenia własne.



2020 r. został już zrealizowany, a Słowacji do realizacji celu wciąż jeszcze dużo brakuje.

Analiza dynamiki wskazuje, że udział energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii rośnie we wszystkich krajach. Największe średniookresowe tempo zmian zaobserwować można na Malcie, tutaj udział energii odnawialnej rośnie średnio o 44,5% z roku na rok. Do krajów o wysokiej dynamice należą także: Wielka Brytania, Belgia, Włochy, Irlandia, Cypr, Luksemburg, Węgry i Grecja. Zaznaczyć jednak należy, że są to przeważnie kraje, w których w 2013 r. udział energii ze źródeł odnawialnych był stosunkowo niski (niższy niż średnia dla UE). Najniższą dynamiką charakteryzują się kraje, w których udział energii ze źródeł odnawialnych jest zdecydowanie wyższy niż średnia dla UE. Przyjmując dotychczasowe tempo zmian, stwierdzić można, że większość krajów osiągnie cel wyznaczony na 2020 r. Tylko Francja, Luksemburg i Holandia nie osiągną celów, jeśli udział energii ze źródeł odnawialnych nie będzie rósł w większym tempie.

W celu porównania uporządkowań krajów ze względu na udział energii ze źródeł odnawialnych w końcowym zużyciu energii w kolejnych latach wyznaczono współczynnik  $\tau$  Kendalla (por. [Kendall 1955, s. 19]). W pracy wykorzystany został współczynnik korelacji  $\tau$  Kendalla postaci:

$$\tau_{lh} = \frac{\sum_{i=2}^{16} \sum_{k=1}^{i-1} a_{ikl} b_{ikh}}{\left[ \sum_{i=2}^{16} \sum_{k=1}^{i-1} a_{ikl}^2 \sum_{i=2}^{16} \sum_{k=1}^{i-1} b_{ikh}^2 \right]^{\frac{1}{2}}}, \quad (1)$$

gdzie:

$i, k = 1, \dots, n$  – numer obiektu (kraj),

$l, h$  – numer zmiennej,

z podstawieniem [Walesiak 2011, s. 37]:

$$a_{ikl}(b_{ikh}) = \begin{cases} 1, & \text{gdy } x_{il} > x_{kl} \quad (x_{ih} > x_{kh}), \\ 0, & \text{gdy } x_{il} = x_{kl} \quad (x_{ih} = x_{kh}), \\ -1, & \text{gdy } x_{il} < x_{kl} \quad (x_{ih} < x_{kh}), \end{cases} \quad (2)$$

gdzie:

$x_{il}, x_{kl}$  –  $i$ -ta ( $k$ -ta) obserwacja dla  $l$ -tej zmiennej.

Współczynnik  $\tau$  Kendalla przyjmuje wartości z przedziału  $[-1, 1]$ . Wartość 1 oznacza pełną zgodność uporządkowań, zaś wartość  $-1$  pełną ich przeciwstawność.

Tabela 4. Wartości współczynnika  $\tau$  Kendalla

Rok	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
2005	0,96	0,95	0,96	0,92	0,91	0,90	0,89	0,88
2006		0,94	0,95	0,93	0,94	0,92	0,91	0,90
2007			0,99	0,94	0,91	0,90	0,88	0,88
2008				0,94	0,92	0,91	0,88	0,87
2009					0,93	0,93	0,91	0,89
2010						0,95	0,95	0,93
2011							0,96	0,92
2012								0,95

Źródło: obliczenia własne.

Jak wynika z analizy tabeli 4, uporządkowania w kolejnych latach są niemal identyczne. Mimo znacznych różnic dotyczących tempa przyrostu udziału energii ze źródeł odnawialnych w poszczególnych państwach uporządkowania krajów ze względu na udział energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii nie ulegają zmianom w kolejnych latach.

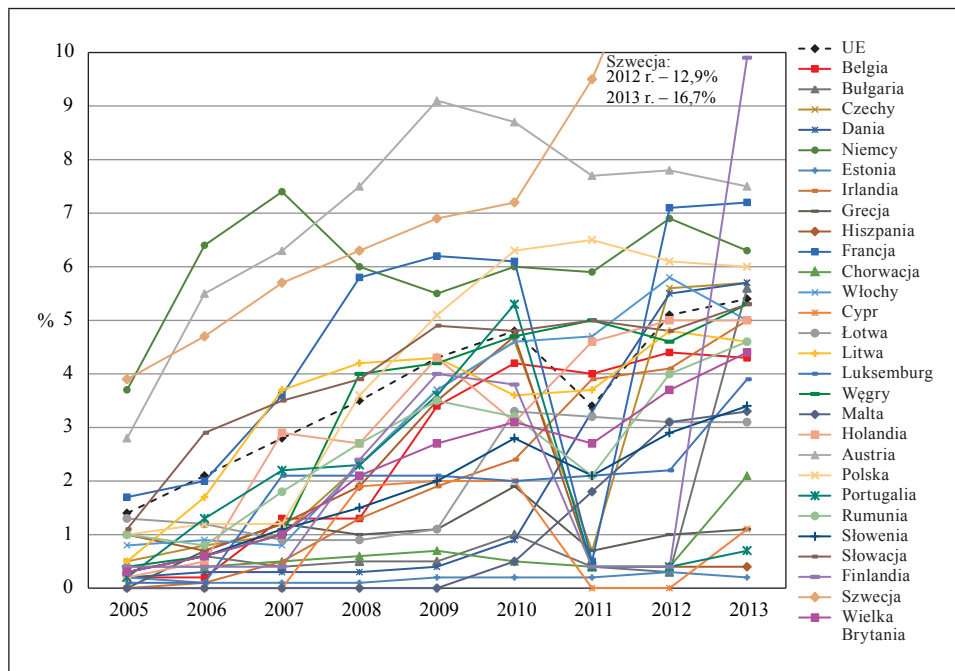
### 3. Udział energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii w poszczególnych sektorach

Handel paliwami transportowymi nie przysparza trudności, stąd też UE przyjęła dla wszystkich krajów członkowskich ten sam cel na poziomie 10%. W 2013 r. tylko Szwecja, z udziałem 16,7%, osiągnęła zamierzony poziom (por. rys. 2).

Wysoki współczynnik zmienności w całym badanym okresie (128% w 2005 r. i aż 149% w 2013 r.) potwierdza bardzo duże zróżnicowanie krajów ze względu na udział energii odnawialnej w końcowym zużyciu paliw transportowych. Obserwuje się także znaczny wzrost średniego udziału dla Unii Europejskiej (por. tabela 5).

W dziedzinie energii elektrycznej wszystkie kraje członkowskie zanotowały wzrost udziału energii odnawialnej (por. rys. 3). Największy wzrost wystąpił w Estonii i Belgii (w 2013 r. wzrost odpowiednio o ponad 1000% i 400% w stosunku do 2005 r.).

Zauważyć można także znaczny wzrost średniego udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii elektrycznej dla UE (por. tabela 6). Maleje zróżnicowanie pomiędzy krajami (współczynnik zmienności obniżył się z 99%



Rys. 2. Udział energii ze źródeł odnawialnych w końcowym zużyciu paliw transportowych w latach 2005–2013

Źródło: opracowanie własne.

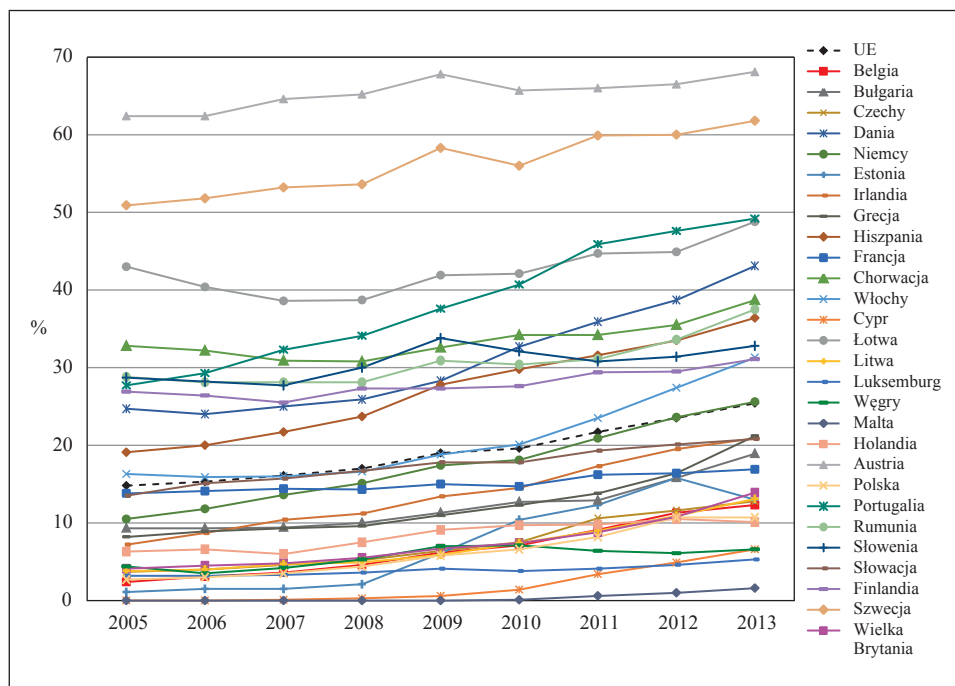
Tabela 5. Charakterystyki liczbowe dla udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu paliw transportowych w latach 2005–2013

Statystyki	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Średnia	0,8	1,3	1,9	2,6	3,2	3,6	2,9	3,8	4,8
Mediana	0,4	0,7	1,2	2,2	3,5	3,5	2,4	4,1	4,8
Współczynnik zmienności	1,28	0,78	0,97	1,32	1,50	1,73	1,18	1,32	1,49
Asymetria	2,04	2,14	1,58	0,97	0,59	0,32	0,82	0,87	1,73

Źródło: obliczenia własne.

do 68%), równocześnie zaobserwować można zmniejszenie się asymetrii prawostronnej (współczynnik asymetrii obniżył się z 1,29 do 0,86).

Jak wynika z analizy rys. 4, największy wzrost udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii w ciepłownictwie i chłodnictwie zanotowano na Malcie (ponad 10-krotny) oraz we Włoszech (niemal 4-krotny).



Rys. 3. Udział energii ze źródeł odnawialnych w końcowym zużyciu energii elektrycznej w latach 2005–2013

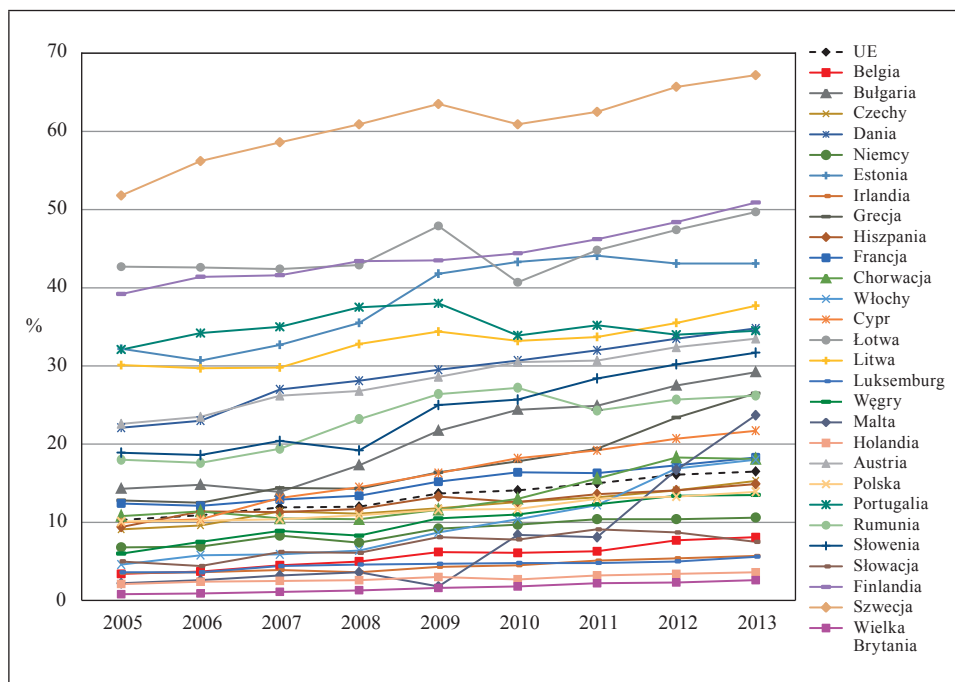
Źródło: opracowanie własne.

Tabela 6. Charakterystyki liczbowe dla udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii elektrycznej w latach 2005–2013 w krajach Unii Europejskiej

Statystyki	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Średnia	16,3	16,4	16,9	17,7	19,6	20,4	22,0	23,5	25,3
Mediana	9,9	10,6	12,0	12,8	14,2	14,6	16,8	18,0	20,9
Współczynnik zmienności	0,99	0,96	0,95	0,91	0,86	0,80	0,76	0,70	0,68
Asymetria	1,29	1,30	1,36	1,31	1,26	1,12	1,08	0,98	0,86

Źródło: obliczenia własne.

W sektorze ciepłownictwa i chłodnictwa wzrost udziału energii odnawialnej dotyczy nie tylko UE jako całości (wzrost średniej z 15,6% w 2005 r. do 23,8% w 2013 r.), ale także wszystkich poszczególnych państw członkowskich (zob. tabela 7). Maleje zróżnicowanie (spadek współczynnika zmienności w kolejnych



Rys. 4. Udział energii ze źródeł odnawialnych w końcowym zużyciu energii w ciepłownictwie i chłodnictwie w latach 2005–2013

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 7. Charakterystyki liczbowe dla udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii w ciepłownictwie i chłodnictwie w latach 2005–2013 w krajach Unii Europejskiej

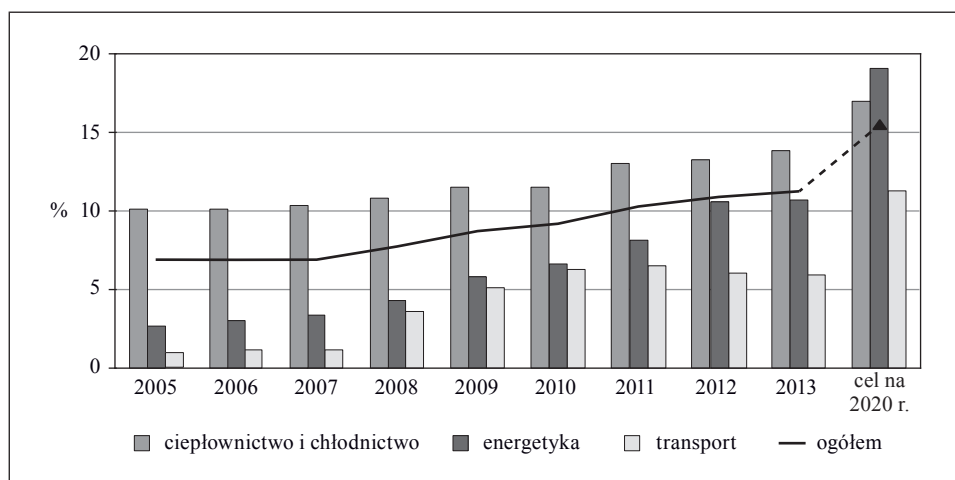
Statystyki	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Średnia	15,6	16,1	17,1	18,0	19,8	20,2	21,1	22,7	23,8
Mediana	10,5	11,4	12,2	12,6	14,3	14,7	16,0	17,8	20,0
Współczynnik zmienności	0,86	0,86	0,83	0,83	0,79	0,73	0,71	0,67	0,66
Asymetria	1,16	1,28	1,24	1,18	1,05	0,96	0,97	0,94	0,86

Źródło: obliczenia własne.

latach) przy jednoczesnym zmniejszaniu się asymetrii (zmniejsza się wartość współczynnika asymetrii).

Udział energii odnawialnej w końcowym zużyciu paliw transportowych podlegał w badanym okresie największym zmianom w poszczególnych krajach. Prawdopodobnie jest to związane z łatwym pozyskaniem biopaliw.

Szczegółowe cele polityki energetycznej Polski zawarte w dokumencie pn. Uzupełnienie do Krajowego Planu Działania w zakresie energii ze źródeł odnawialnych, opracowanym przez Ministerstwo Gospodarki, a przyjętym przez Radę Ministrów 2 grudnia 2011 r., to wzrost udziału energii ze źródeł odnawialnych w finalnym zużyciu energii do poziomu 15,5% w 2020 r. (19,13% dla energii elektrycznej, 17,05% dla ciepłownictwa i chłodnictwa, 11,36% dla paliw transportowych).



Rys. 5. Udział energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii w Polsce w latach 2005–2013 oraz cel na 2020 r.

Źródło: opracowanie własne.

Największy wzrost udziału energii odnawialnej w Polsce zanotowano w transporcie (w 2013 r. udział ten stanowił 615% wartości z 2005 r.), nieco niższy w energetyce (w stosunku do 2005 r. udział ten wzrósł 4-krotnie), a najniższy w ciepłownictwie i chłodnictwie (w 2013 r. wzrost o 37% w stosunku do 2005 r.). W przypadku wszystkich sektorów zachowanie dotychczasowego średniookresowego tempa zmian pozwoli osiągnąć zamierzone na 2020 r. cele.

#### 4. Analiza zależności oraz struktura wykorzystania energii odnawialnej w poszczególnych sektorach

Analizując zależności pomiędzy wartościami udziału energii odnawialnej w poszczególnych sektorach, zauważyć można bardzo silną dodatnią zależność pomiędzy udziałem energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii ogółem a udziałem energii odnawialnej w ciepłownictwie i chłodnictwie (zob. tabela 8). Udział energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii ogółem jest także silnie dodatnio skorelowany z udziałem energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii elektrycznej. Jedynie w przypadku udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu paliw transportowych zależność ta jest zdecydowanie słabsza.

Tabela 8. Współczynnik korelacji liniowej dla udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii ogółem w poszczególnych sektorach w latach 2006–2013

Sektor	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Transport	<b>0,49</b>	<b>0,41</b>	0,35	0,33	0,30	0,32	0,27	0,29
Energia elektryczna	<b>0,80</b>	<b>0,81</b>	<b>0,82</b>	<b>0,80</b>	<b>0,81</b>	<b>0,81</b>	<b>0,82</b>	<b>0,82</b>
Ciepłownictwo i chłodnictwo	<b>0,96</b>	<b>0,96</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>	<b>0,95</b>	<b>0,94</b>

Uwaga: pogrubioną czcionką wyróżniono wartości istotne statycznie na poziomie  $\alpha = 0,05$ .

Źródło: obliczenia własne.

Nieco inne wyniki dała analiza zależności pomiędzy przyrostami udziału energii odnawialnej w poszczególnych sektorach (zob. tabela 9). Szczególnie w ostatnim okresie badania, tj. w 2013 r., zaobserwowano umiarkowaną zależność dodatnią pomiędzy przyrostem udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii ogółem a przyrostem udziału energii odnawialnej we wszystkich sektorach.

Na podstawie danych dotyczących przyrostów udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii w poszczególnych sektorach przeprowadzono grupowanie państw Unii Europejskiej w odniesieniu do poszczególnych lat. Zmienne poddane zostały normalizacji z wykorzystaniem przekształcenia ilorazowego z parametrami stałymi w czasie. Grupowaniu podlegało 212 obiektów-okresów<sup>7</sup>, dla których zmiennymi były proste indeksy łańcuchowe udziału

<sup>7</sup> Z analizy wykluczono obiekt-okresy, dla których nie dało się wyznaczyć indeksów, ponieważ w poprzednim roku udział energii ze źródeł odnawialnych wynosił zero. Wykluczono takie obiekty, jak: Irlandia 2006, Grecja 2006, Cypr 2006–2008 oraz 2012–2013 i Malta 2006–2010.

Tabela 9. Współczynnik korelacji liniowej dla przyrostów udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii ogółem w poszczególnych sektorach w latach 2006–2013

Sektor	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Transport	<b>0,49</b>	0,32	<b>0,39</b>	-0,08	-0,26	<b>0,54</b>	<b>0,48</b>	<b>0,57</b>
Energia elektryczna	<b>0,44</b>	<b>0,67</b>	-0,12	<b>0,79</b>	<b>0,40</b>	0,34	0,14	<b>0,63</b>
Ciepłownictwo i chłodnictwo	<b>0,80</b>	<b>0,78</b>	<b>0,85</b>	<b>0,87</b>	<b>0,78</b>	0,25	<b>0,39</b>	<b>0,49</b>

Uwaga: pogrubioną czcionką wyróżniono wartości istotne statycznie na poziomie  $\alpha = 0,05$ .

Źródło: obliczenia własne.

energii ze źródeł odnawialnych w poszczególnych sektorach dotyczące konkretnego kraju w danym roku. Grupowanie przeprowadzono<sup>8</sup> metodą *k-medoidów*<sup>9</sup> z wykorzystaniem odległości Euklidesa<sup>10</sup>. Liczbę grup równą 4 ustalono, analizując wartości współczynnika sylwetkowego<sup>11</sup>.

W pierwszej grupie znalazły się takie obiekto-okresy, jak: Luksemburg 2007, Francja 2012, Bułgaria 2013 i Finlandia 2013. Charakteryzowały się one największym przyrostem udziału energii odnawialnej w zużyciu paliw transportowych (średni przyrost udziału wyniósł prawie 2000%), zaś w pozostałych sektorach przyrost ten był bardzo niski. Najniższą średnią przyrostu udziału energii odnawialnej zaobserwowano w końcowym zużyciu energii elektrycznej – tylko 7,4%.

Drugą grupę stworzyło sześć obiekto-okresów: Estonia 2009, Cypr 2009, Cypr 2010, Cypr 2011, Malta 2011 i Malta 2012. Charakteryzowały się one największym przyrostem udziału energii odnawialnej w zużyciu energii elektrycznej (średnio o prawie 200%) oraz w zużyciu energii w ciepłownictwie i chłodnictwie (średnio przyrost udziału wyniósł 25%). Była to równocześnie grupa, która charakteryzowała się stosunkowo niskim, bo średnio tylko 56-procentowym, przyrostem udziału energii odnawialnej w zużyciu paliw transportowych.

Dziewięć obiekto-okresów: Portugalia 2006, Belgia 2007, Irlandia 2007, Holandia 2007, Węgry 2008, Finlandia 2008, Dania 2011, Czechy 2012 i Chor-

<sup>8</sup> Obliczenie wykonano z wykorzystaniem funkcji *pam* pakietu clusterSim programu R [R: A Language... 2015].

<sup>9</sup> Zdecydowano się na metodę *k-medoidów* ze względu na występowanie obserwacji odstających. Szczegółowy algorytm metody *k-medoidów* znaleźć można w pracy [Kaufmann i Rousseeuw 1990].

<sup>10</sup> Wykorzystano odległość euklidesową jako najczęściej wykorzystywaną odległość w przypadku danych mierzonych na skali przedziałowej i ilorazowej.

<sup>11</sup> Współczynnik sylwetkowy (indeks *silhouette*) zaprezentowany został w pracy [Kaufman i Rousseeuw 1990]. Wybiera się liczbę skupień, dla której wartość współczynnika była największa.



wacja 2013, utworzyło grupę trzecią, charakteryzującą się najniższym średnim przyrostem udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii w ciepłownictwie i chłodnictwie (5,4%), wysokim średnim przyrostem udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii elektrycznej (10,4%) i wysokim średnim przyrostem udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu paliw transportowych (463,5%).

Pozostałe obiekto-okresy weszły w skład grupy czwartej, dla której średni przyrost udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu paliw transportowych wyniósł tylko 24,3%, zaś średni przyrost udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii w ciepłownictwie i chłodnictwie wyniósł 7,1%, a w końcowym zużyciu energii elektrycznej 9,4%.

## 5. Wnioski

W latach 2005–2013 we wszystkich krajach Unii Europejskiej zanotowano wzrost udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii. Zmniejsza się różnicowanie państw ze względu na ten udział, zmniejsza się również asymetria rozkładu, a uporządkowania krajów w kolejnych latach są niemal identyczne. Jeśli zachowane zostanie dotychczasowe średnie tempo zmian, tylko trzy kraje (Francja, Luksemburg i Holandia) nie osiągną zapisanych w Dyrektywie celów.

Podobna sytuacja występuje w sektorze energii elektrycznej oraz ciepłownictwa i chłodnictwa. Wszystkie kraje odnotowały w tych sektorach wzrost udziału energii ze źródeł odnawialnych. W badanym okresie zmalało różnicowanie przy jednoczesnym zmniejszaniu się asymetrii rozkładu. W sektorze paliw transportowych następowały największe zmiany w uporządkowaniach krajów w kolejnych latach.

Cele dotyczące poszczególnych sektorów w Polsce zapisane w Krajowym Planie Działania są możliwe do zrealizowania, jeśli zachowane zostanie dotychczasowe średniookresowe tempo zmian.

Analiza współzależności udziału energii odnawialnej w poszczególnych sektorach wskazała na silną korelację liniową pomiędzy wartościami udziału energii odnawialnej w przypadku energii elektrycznej oraz ciepłownictwa i chłodnictwa. Duże możliwości transferu paliw transportowych spowodowały, że występuje mniejsza korelacja pomiędzy udziałem energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii ogółem a udziałem energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii w tym sektorze.

Znaczne różnicowanie krajów dotyczące nie tylko udziału energii odnawialnej w końcowym zużyciu energii zarówno ogółem, jak i w poszczególnych sektorach, ale szczególnie dynamiki wskazuje na zasadność różnicowania

celów dla poszczególnych państw. Aktualne propozycje Komisji Europejskiej dotyczące celów na 2030 r. budzą kontrowersje. W nowej wersji unijnej strategii energetyczno-klimatycznej na 2030 r. przygotowanej przez Komisję Europejską znalazł się zapis o udziale zielonej energii w unijnym miksie energetycznym na poziomie 30%. Z jednej strony uważa się taki zapis za mało ambitny. Z drugiej jednak strony pojawiają się głosy, że brak wiążących celów dla poszczególnych krajów członkowskich może doprowadzić do sytuacji, w której tylko wybrane kraje przeprowadzą transformację energetyczną i będą inwestować w nowe technologie, podczas gdy pozostałe kraje nie będą się czuły zobowiązane do realizacji europejskiego celu.

## Literatura

- Dyrektywa 2001/77/WE Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 27 września 2001 r. w sprawie wspierania produkcji na rynku wewnętrznym energii elektrycznej wytwarzanej ze źródeł odnawialnych, Dz.Urz. UE L 283, 27.10.2001.
- Dyrektywa 2003/30/WE Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 8 maja 2003 r. w sprawie wspierania użycia w transporcie biopaliw lub innych paliw odnawialnych, Dz.Urz. UE L 123, 17.05.2003.
- Dyrektywa 2009/28/WE z dnia 23 kwietnia 2009 r. w sprawie promowania stosowania energii ze źródeł odnawialnych zmieniająca i w następstwie uchylająca dyrektywy 2001/77/WE oraz 2003/30/WE, Dz.Urz. UE L 140/16, 5.06.2009.
- EU Energy in Figures. Statistical Pocketbook 2014* [2014], European Commission, Office of the European Union, Luxembourg.
- Kaufmann L., Rousseeuw P.J. [1990], *Finding Groups in Data: An Introduction to Cluster Analysis*, Wiley, New York.
- Kendall M.G. [1955], *Rank Correlation Methods*, Hafner Publishing, New York.
- R: A Language and Environment for Statistical Computing* [2015], R Core Team, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, <https://www.R-project.org/> (dostęp: 2.05.2015).
- Uzupełnienie do Krajowego Planu Działania w zakresie energii ze źródeł odnawialnych z dnia 2 grudnia 2011 r., [www.mg.gov.pl/energetyka/odnawialne+zrodla+energii/krajowy+plan+dzialan](http://www.mg.gov.pl/energetyka/odnawialne+zrodla+energii/krajowy+plan+dzialan) (dostęp: 2.05.2015).
- Walesiak M. [2011], *Uogólniona miara odległości GDM w statystycznej analizie wielowymiarowej z wykorzystaniem programu R*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław.
- Zervos A., Lins Ch., Tesnière L. [2011], *Mapping Renewable Energy Pathways Towards 2020*, European Renewable Energy Council, Brussels.

## **Spatio-temporal Analysis of the Dynamics of the Share of Renewable Energy in Gross Final Energy Consumption in the European Union**

(Abstract)

The development of the renewable energy sector is one of the top priorities for the Polish government. In accordance with Directive 2009/28/EC, EU member states should increase their energy from renewable sources as a share of total energy consumption. The specific objective for Polish energy policy is to grow energy from renewable sources to comprise 15.5% of total energy production in 2020 (19.3% for the electricity sector, 17% for the heating and cooling sector, and 10.2% for the transport fuels sector).

The main objective of this research is to assess the dynamics of the share of energy from renewable sources in particular sectors, including the electricity, heating, cooling and transport fuels sectors. The article ranks countries according to their share of energy from renewable sources in production and to the gross domestic product. It then compared the linear orderings. The purpose of this analysis is to test the hypothesis that the rank of EU countries in terms of their share of renewable energy in overall energy consumption did not change significantly in the years 2005–2013. Finally, it presents the results of the analysis of the relationship between the share of renewable energy in individual sectors. The countries are grouped according to their share of renewable energy in individual sectors.

**Keywords:** renewable energy, analysis of dynamics, linear ordering, classification.

*Marcin Miczka*

Instytut Metalurgii Żelaza im. Stanisława Staszica  
w Gliwicach

# Zarządzanie ryzykiem w systemach intelligent manufacturing z zastosowaniem analizy bayesowskiej

## Streszczenie

Głównym celem artykułu jest zaprezentowanie zarysu nowoczesnej metodyki prognozowania i analizy ryzyka procesu produkcyjnego oraz cech charakterystycznych pomiarów dokonywanych podczas trwania procesu hutniczego. Metodyka oparta jest na reprezentacji systemu dynamicznego w przestrzeni stanu oraz na wnioskowaniu bayesowskim. Pozwala to przede wszystkim uchylić założenie o stałości szacowanych parametrów, prowadzić analizę dla całości rozkładu statystycznego oraz uwzględnić tzw. informację *a priori*, czyli pochodzącą spoza zbioru danych. Praca ma charakter przeglądowy i stanowi podstawę do dalszych badań, które dotyczą wdrożenia koncepcji *intelligent manufacturing* w polskich przedsiębiorstwach przemysłowych.

**Słowa kluczowe:** proces produkcyjny, ryzyko, prognozowanie, hutnictwo, temperatura, reprezentacja przestrzeni stanu, Bayes.

## 1. Wprowadzenie

Artykuł ma na celu zaprezentowanie zarysu nowoczesnej metodyki prognozowania i analizy ryzyka procesu produkcyjnego oraz cech charakterystycznych pomiarów dokonywanych podczas trwania procesu hutniczego. Jest podstawą do

prowadzenia dalszych badań w wybranej dziedzinie. Autorski wkład to przede wszystkim zaprezentowanie zagadnienia *intelligent manufacturing* w szerszym kontekście, co stanowi o indywidualnym charakterze opracowania. Istotne jest również uzasadnienie stosowania metod statystycznych do sterowania procesem hutniczym, co nie zawsze jest jasne dla przedsiębiorców i inżynierów metalurgów. Artykuł służy także uporządkowaniu wiedzy w wybranej dziedzinie.

W gospodarce zachodzą istotne przemiany strukturalne, które nazywane są już trzecią rewolucją przemysłową. Ma ona doprowadzić do przywrócenia niektórych rodzajów przemysłu, a co za tym idzie – miejsc pracy, w wysoko rozwiniętych gospodarkach europejskich. Masowe wytwarzanie podobnych do siebie produktów ma zostać zastąpione bardziej zindywidualizowaną produkcją (*mass customisation*). Ponieważ przetwórstwo przemysłowe staje się w coraz większym stopniu z informatyzowane, w przedsiębiorstwach gromadzone są duże zbiory danych. Wiedza w nich zawarta oraz umiejętne jej wykorzystanie stają się podstawami do osiągnięcia wysokich wskaźników wzrostu gospodarczego oraz wysokiej pozycji rynkowej. Powstała idea przedsiębiorstwa inteligentnego, które charakteryzuje się również tym, że ludzie nie pracują w nim w ciężkich warunkach. Wiąże się to z wyeliminowaniem człowieka z niektórych procesów decyzyjnych, które zostaną przejęte przez systemy informatyczno-automatyczne, a to wiąże się z powstaniem nowych rodzajów ryzyka.

W artykule rozwinięto przedstawione powyżej problemy oraz pokazano przykłady zastosowań metod statystycznych w dziedzinie *intelligent manufacturing* dla procesów hutniczych. Badania wstępne zostały przeprowadzone w jednej z polskich stalowni. Są one podstawą do opracowania rozwiązań dla innych etapów hutniczego procesu produkcyjnego.

Przedstawiono podstawy metodyczne prognozowania i analizy ryzyka procesu produkcyjnego w hutnictwie żelaza i stali, ze szczególnym uwzględnieniem prognozowania temperatury w różnych fazach procesu stalowniczego. Metodyka oparta jest na reprezentacji systemu dynamicznego w przestrzeni stanu oraz na wnioskowaniu bayesowskim. Pozwala to przede wszystkim uchylić założenie o stałości szacowanych parametrów, prowadzić analizę dla całości rozkładu statystycznego oraz uwzględnić tzw. informację *a priori*, czyli pochodzącą spoza zbioru danych. Praca ma charakter przeglądowy i stanowi podstawę do dalszych badań, których ostatecznym celem jest wdrożenie systemu prognozowania i analizy ryzyka w jednej z polskich stalowni, a następnie opracowanie podobnych rozwiązań dla innych faz procesu hutniczego.

W artykule określono cechy charakterystyczne wybranych parametrów mierzonych podczas hutniczego procesu produkcyjnego oraz wskazano kierunki rozwoju metodyki pozwalającej takie cechy uwzględnić.

## 2. Przemiany strukturalne w systemie gospodarczym

Długoterminowy rozwój gospodarczy opisywany jest obecnie przez modele ekonometryczne wywodzące się z endogenicznej teorii wzrostu [Makroekonometryczny... 2009]. P.M. Romer w 1994 r. wyszczególnił w rozwoju tej teorii podejście neoschumpeterowskie [Romer 1994, Miczka 2008], w którym wzrost nie jest generowany przez akumulację kapitału rzeczowego czy ludzkiego, ale przez wprowadzanie nowych produktów, procesów produkcji oraz metod organizacji działalności gospodarczej. W wyniku tego zachodzą przemiany strukturalne, które wiążą się z problemem bezrobocia. Proces likwidowania i powstawania nowych miejsc pracy jest wynikiem działania zjawiska twórczej destrukcji [Miczka 2013]. Transformacja współczesnej gospodarki w kierunku gospodarki opartej na wiedzy i innowacji, która przeciwstawiana jest dominującej od XIX w. gospodarce przemysłowej, wiąże się więc z koniecznością powstania nowego rodzaju przedsiębiorstw oraz pojawienia się nowego rodzaju pracowników [Barczak 2002, Miczka 2014]. Praca charakterystyczna dla gospodarki przemysłowej przestaje być na tyle efektywna, żeby dzięki niej można było zaspokoić potrzeby powstające w najbardziej rozwiniętych gospodarkach<sup>1</sup>.

W skali świata obserwowane jest przemieszczanie masowej produkcji wyrobów niskiej i średniej jakości z rejonu Atlantyku w rejon Pacyfiku, gdzie koszty pracy były jak dotąd niższe. Ceny dóbr tam produkowanych są również niższe od cen oferowanych w Europie, co powoduje większą konkurencyjność przedsiębiorstw. W związku z tym, aby osiągnąć przewagę konkurencyjną, proces reindustrializacji w Europie powinien wiązać się z rozwinięciem bardzo precyzyjnych procesów technologicznych pozwalających na produkcję wyrobów wysokiej jakości. Produkcja precyzyjna to utrzymywanie parametrów procesów technologicznych blisko granic, których przekroczenie wiąże się ze stratami biznesowymi, a zatem prawdopodobieństwo wystąpienia takich strat jest większe, co wymaga zaawansowanej analizy tego rodzaju ryzyka.

## 3. Zmiany w metodyce prowadzenia badań naukowych

Oprócz przemian w systemach gospodarczych można również zaobserwować przemiany w metodyce prowadzenia badań naukowych. Zgodnie z podejściem zaprezentowanym w „Harvard Business Review” wyróżnia się cztery paradygmaty prowadzenia takich badań:

---

<sup>1</sup> Wraz ze wzrostem dochodów pracowników potrzeby zmieniają się w kierunku potrzeb wyższego rzędu (dóbr i usług luksusowych).

- 1) eksperymentowanie (*experimentation*),
- 2) teorię (*theory*),
- 3) symulacje komputerowe (*computation simulation*),
- 4) analizę dużych zbiorów danych (*data mining, data analysis*), inaczej zastosowanie wszystkich znanych metod statystycznej analizy danych w celu odkrywania zależności istniejących w systemach przyrodniczych, technicznych czy gospodarczych.

W związku z tym, że w przedsiębiorstwach gromadzone są obecnie duże zbiory danych, które lepiej opisują procesy technologiczne niż eksperymenty prowadzone w laboratoriach, rozwój metodyki prowadzenia badań naukowych wiąże się z opracowywaniem metod ich analizy, a w szczególności statystycznej analizy danych. Istotne jest również to, że ciężar badań naukowych przenoszony jest z odkrywania nowych zależności na bardziej precyzyjny pomiar zależności już znanych, z uwzględnieniem czynników charakterystycznych dla danego miejsca, co pozwala lepiej zarządzać procesami produkcyjnymi.

#### **4. Zarządzanie ryzykiem**

Zarządzanie ryzykiem kojarzone jest najczęściej z naukami ekonomicznymi. Istnieje również dziedzina wiedzy, której przedmiotem jest ryzyko istniejące w systemach technicznych – jest to część ryzyka operacyjnego przedsiębiorstwa przemysłowego. Zwykle w systemach takich procesy techniczne i technologiczne są w wysokim stopniu kontrolowane. W związku z tym szczególnym przedmiotem badań w tej dziedzinie są zdarzenia w przemyśle przetwórczym charakteryzujące się niskim prawdopodobieństwem zajścia i poważnymi konsekwencjami, które obejmują wszelkie nieplanowane zdarzenia lub wypadki powodujące znaczące straty biznesowe, w tym poważne zakłócenia gospodarcze, które wynikają z zagrożeń naturalnych, poważnych awarii czy zakłóceń w łańcuchu dostaw. Zdarzenia te mogą mieć naturalne źródła lub wynikać ze złego funkcjonowania systemu zarządzania oraz mogą być związane z poważniejszymi, zewnętrznymi czynnikami ryzyka, takimi jak zmiany klimatu lub nagłe zmiany w technologii i regulacjach prawnych. Ponieważ tego rodzaju zdarzenia mogą mieć poważne i długoterminowe konsekwencje mogą być rozpatrywane w kontekście długofalowego, zrównoważonego rozwoju.

## 5. Intelligent manufacturing

Analiza ilościowych aspektów procesu produkcyjnego jest klasycznym zagadnieniem z dziedziny analizy ekonometrycznej, która była do tej pory wykorzystywana przez pracowników przedsiębiorstw we wspomaganie procesów podejmowania decyzji. W ostatnich latach funkcję tę przejmują *intelligent manufacturing systems*. Ich konstrukcja oraz mechanizmy działania w coraz większym stopniu decydują o efektywności ekonomicznej działalności gospodarczej (wydajność czy jakość produkcji) oraz możliwości szybkiego dostosowywania działalności przedsiębiorstw do zmian w otoczeniu gospodarczym, czego przykładem może być przemysł samochodowy. Systemy takie są również istotne z punktu widzenia bezpieczeństwa, co przejawia się w stosowaniu systemów wczesnego ostrzegania np. w przemyśle chemicznym.

W artykule skoncentrowano się na zastosowaniach opisanej metodyki w przemyśle hutniczym. *Intelligent manufacturing* to kluczowy kierunek rozwoju badań stosowanych w hutnictwie, wyróżniony w dokumencie *European Steel Technology Platform (ESTEP)* z maja 2013 r. [*Strategic...* 2013]. Polega na budowaniu zintegrowanych systemów sterowania procesami produkcyjnymi, które obejmują aspekty techniczne i technologiczne z dodatkiem inteligentnego reagowania, opartego na stosowaniu np. modelowania, metod optymalizacji i symulacji, wiedzy eksperckiej oraz metod sztucznej inteligencji.

Jednym z wyróżnionych obszarów w dziedzinie *intelligent manufacturing* jest uczenie się maszyn (*machine learning*), którego głównym celem jest praktyczne zastosowanie dokonań w dziedzinie sztucznej inteligencji do stworzenia automatycznego systemu potrafiącego doskonalić się za pomocą zgromadzonego doświadczenia (czyli danych) i nabywania na tej podstawie nowej wiedzy. Ostatnio znaczącą rolę w dziedzinie sztucznej inteligencji, zwłaszcza w uczeniu się maszyn, odgrywają metody oparte na twierdzeniu sformułowanym przez T. Bayesa. Można ogólnie stwierdzić, że wzór Bayesa stał się podstawą do rozwoju teorii i algorytmów różnych form wnioskowania probabilistycznego w tej dziedzinie. Poniżej przedstawiono przykład zastosowania takiej metodyki w prognozowaniu temperatury w procesie wytwarzania stali.

## 6. Prognozowanie temperatury w procesie wytwarzania stali

Prognozowanie temperatury w procesie wytwarzania stali jest klasycznym zagadnieniem z dziedziny metalurgii. Znane są dwa podejścia do tego zagadnienia: modele fizyczne (wywodzące się z teorii termodynamiki) oraz modele statystyczne. Pierwsze podejście, w najbardziej zaawansowanej formie, wymaga



stosowania złożonych metod obliczeniowych, takich jak metoda elementów skończonych, w celu symulacji procesów opisujących zjawiska termodynamiczne oraz dynamikę przepływu cieczy. W metodzie tej najczęściej przyjmowane jest założenie o braku składnika losowego, które jest uchylane w modelach statystycznych.

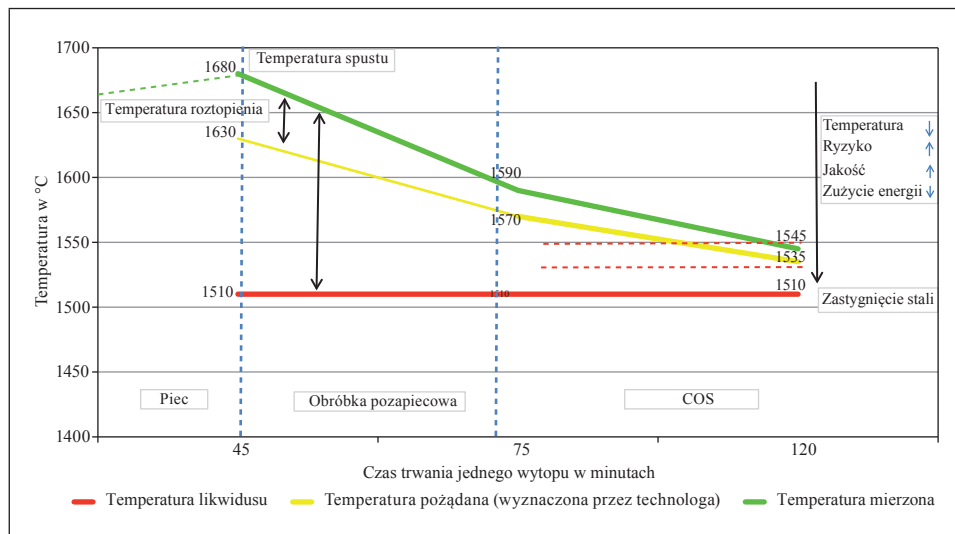
W metodach tej klasy najczęściej wykorzystywane są sieci neuronowe (*extreme learning machine*). Według źródeł literaturowych predykcja za pomocą metod statystycznych wymaga znacznie mniej czasu, a to ma istotne znaczenie praktyczne. Znane są również przykłady integracji obu podejść.

Występowanie składnika losowego jest związane z działalnością człowieka w trakcie procesu produkcyjnego. Stąd decyzje podejmowane w tych samych warunkach nie są w pełni powtarzalne. Jest to podstawowe uzasadnienie zastosowania metod statystycznych w analizie procesów produkcyjnych i zarządzaniu nimi.

Powyższe metody, te obejmujące teorie fizyczne oraz te wykorzystujące zarejestrowane w przedsiębiorstwach dane liczbowe, opisujące stosunkowo stabilne procesy metalurgiczne, pozwalają jedynie na punktową prognozę temperatury. Uogólnienie prognozy na cały rozkład statystyczny oraz uwzględnienie dodatkowej informacji spoza próby, co jest konieczne w przypadku wystąpienia nieplanowanych zdarzeń (np. postojów) w celu skorygowania prognozy, wymaga zastosowania nieklasycznych metod statystycznych, do których należą metody bayesowskie.

## 7. Zarys metodyki stosowanej w prognozowaniu temperatury

Przedstawiony przykład dotyczy jednej z polskich stalowni, w której analizowany proces produkcyjny rozpoczyna się w piecu elektrycznym, skąd wytopiona stal wlewana jest do tzw. kadzi głównej i dalej przelewana jest do kadzi pośredniej, która jest częścią urządzenia do ciągłego odlewania stali (COS). Istotne jest to, że w kadzi pośredniej nie ma możliwości regulacji temperatury. Aby osiągnąć odpowiednią jakość stali, a przy tym zużyć jak najmniejszą ilość energii potrzebnej do podgrzania, temperatura powinna być utrzymywana jak najbliżej granicy wyznaczonej przez technologię oraz jak najbliżej temperatury likwidusu (zastygnięcia stali). Jest to związane z ryzykiem zastygnięcia stali, a zatem poniesienia strat biznesowych (rys. 1). Precyzyjna produkcja wymaga zbliżania się do takich granic w celu zwiększenia efektywności (obniżenia kosztów czy zwiększenia wydajności oraz jakości produkowanych wyrobów). Planowanie procesu produkcyjnego musi zatem uwzględniać analizę ryzyka, czyli np. określenie prawdopodobieństwa osiągnięcia niebezpiecznego poziomu wybranego parametru (rys. 3).



Rys. 1. Zagadnienie praktyczne w zarządzaniu procesem produkcyjnym

Źródło: opracowanie własne.

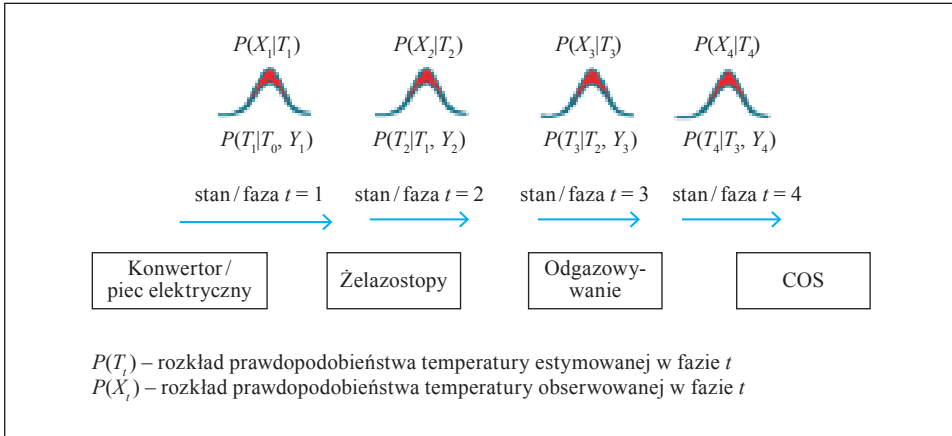
Zaproponowana metodyka pozwala prognozować poziom temperatury i jej rozkład prawdopodobieństwa [Ahmad i in. 2014]. Model może być zastosowany do:

- planowania procesu wytwarzania stali,
- analizy wrażliwości temperatury na zmiany parametrów procesu,
- sterowania poziomem temperatury w różnych fazach procesu.

Formalnie zagadnienie rozwiązywane jest z zastosowaniem reprezentacji przestrzeni stanu, a więc metodyki charakterystycznej dla nauk technicznych. W naukach ekonomicznych modele takie wykorzystywane są np. do analizy cyklu koniunkturalnego, który podobnie jak proces produkcyjny charakteryzuje się różnymi fazami. Są one zaliczane do grupy metod analizy szeregów czasowych<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> Większość modeli szeregów czasowych można zapisać w następującej formie:  $y_t = g(z_t, \theta, \varepsilon_t)$ , gdzie  $g$  jest znaną funkcją,  $z_t$  jest wektorem zmiennych objaśniających zmiany  $y_t$ ,  $\theta$  jest wektorem nieznanymi parametrów podlegających estymacji, a  $\varepsilon_t$  opisuje składnik losowy. Przy niezmienniej postaci funkcji  $g$  wartość  $\theta$  opisuje jeden stan systemu, jeżeli natomiast  $\theta$  jest zmiennie w czasie –  $\theta_t$ , to mamy do czynienia z opisem różnych stanów systemu. Ogólna postać klasy modeli przestrzeni stanów jest następująca:  $y_t = A\alpha_t + Bz_t + \varepsilon_t$  – równanie dla zmiennych obserwowanych,  $\alpha_t = C\alpha_{t-1} + \eta_t$  – równanie stanu. Modele tej klasy są użyteczne m.in. do opisu dynamiki charakteryzowanej przez zmiany stanów, które zdają się nie mieć obserwowalnej i mierzalnej przyczyny, a także dynamiki zależnej od tzw. zmiennej przełącznikowej pomiędzy stanami, której realizacjami nie dysponujemy oraz dla której nie istnieje odpowiednia zmienna zastępcza.

Prognozowanie temperatury polega na oszacowaniu parametrów odpowiednich rozkładów prawdopodobieństwa, co pokazano na rys. 2. Prognoza nie dotyczy zatem tylko średniej, ale wszystkich parametrów opisujących rozkład prawdopodobieństwa.

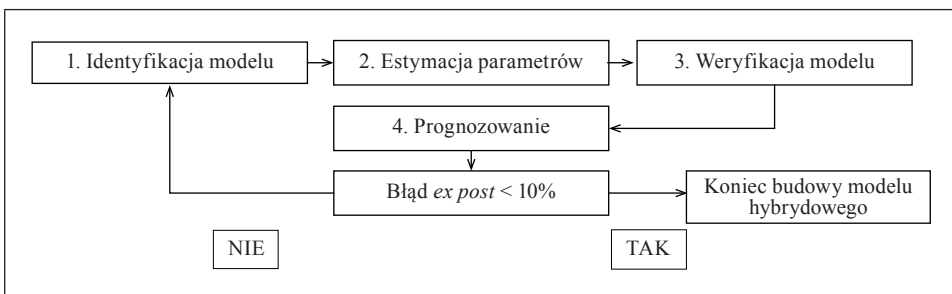


Rys. 2. System prognozowania temperatury z zastosowaniem prawdopodobieństwa warunkowego

Źródło: opracowanie własne.

Temperatura  $T_t$  jest estymowana z wykorzystaniem sekwencyjnej analizy Monte Carlo oraz wnioskowania bayesowskiego.

Ogólny schemat postępowania w przypadku budowy systemu prognozowania temperatury jest zgodny z metodyką Boxa-Jenkinsa, co przedstawia rys. 3.



Rys. 3. Ogólny plan badań zgodny z metodyką Boxa-Jenkinsa

Źródło: opracowanie własne.

## 8. Badania własne w dziedzinie zastosowań wnioskowania bayesowskiego

Punktem wyjścia do stworzenia systemu prognozowania temperatury w kadzi pośredniej jest zbiór obserwacji temperatury dla procesu produkcyjnego wybranego gatunku stali (zob. rys. 4):

- na wyjściu z elektrycznego pieca łukowego (*electric arc furnace* – EAF),
- na wejściu stanowiska obróbki pozapiecowej (*ladle heating furnace* – LHF We),
- na wyjściu stanowiska obróbki pozapiecowej (LHF Wy),
- pierwszy i ostatni pomiar w kadzi pośredniej na maszynie COS oraz zużycia energii elektrycznej na stanowisku obróbki pozapiecowej.

Pomiary temperatury oraz zużycia energii elektrycznej zostały zarejestrowane przez systemy informatyczne pracujące w jednej z polskich stalowni. Do obliczeń wykorzystano oprogramowanie Matlab.

Średnie, wariancje, odchylenia standardowe oraz współczynniki zmienności dla analizowanych procesów zaprezentowano w tabeli 1.

Tabela 1. Miary statystyczne dla szeregów czasowych temperatury i zużycia energii

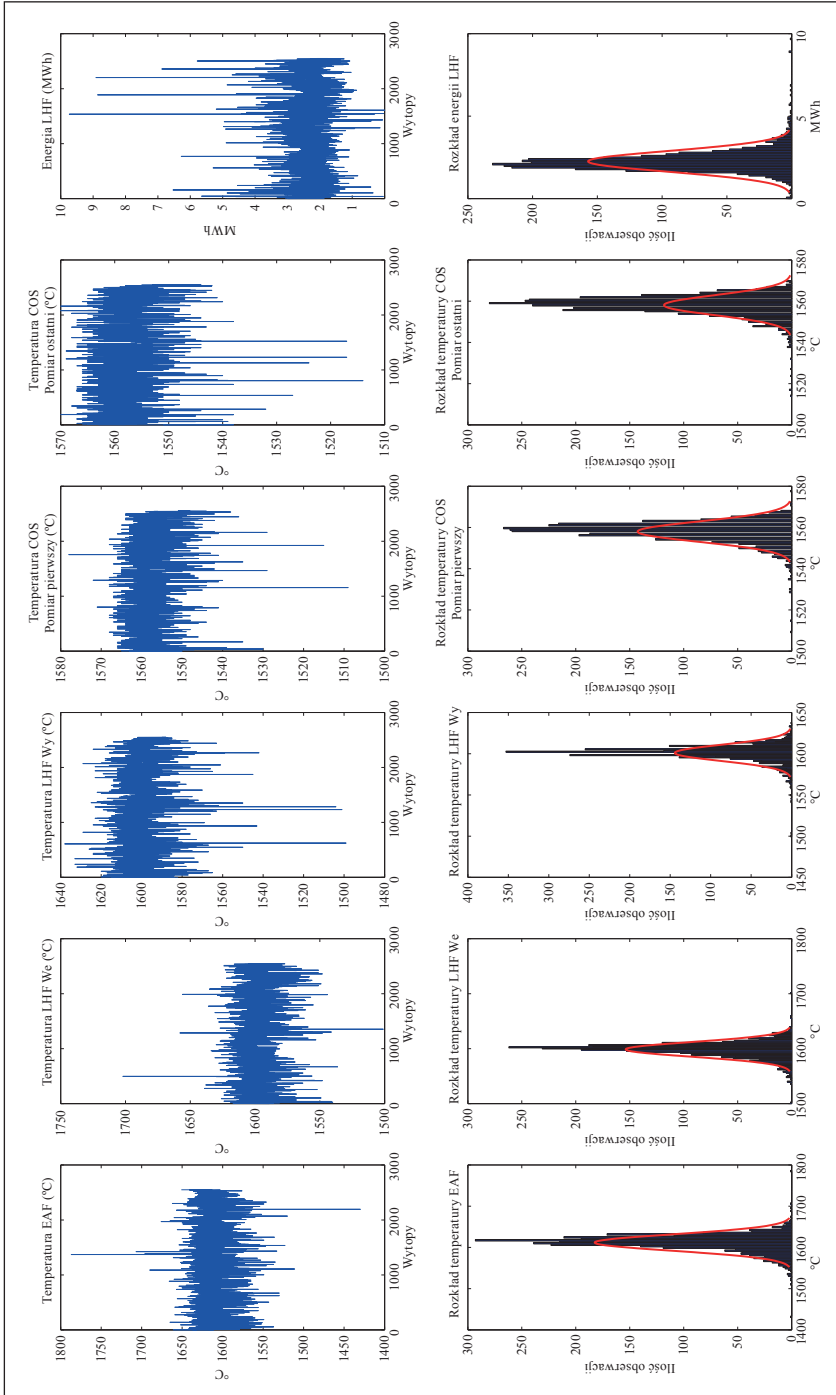
Wyszczególnienie	Temperatura na wyjściu (EAF)	Temperatura na wejściu (LHF)	Temperatura na wyjściu (LHF)	Pierwszy pomiar temperatury na COS	Ostatni pomiar temperatury na COS	Zużycie energii (LHF)
	T1 (°C)	T2 (°C)	T3 (°C)	T4 (°C)	T5 (°C)	E (MWh)
Średnia	1 612	1 599	1 601	1 558	1 558	2
Wariancja	395,7	176,7	95,9	24,2	23,2	0,4
Odchylenie standardowe	19,9	13,3	9,8	4,9	4,8	0,6
Współczynnik zmienności	1,23%	0,83%	0,61%	0,32%	0,31%	27,86%

Źródło: opracowanie własne.

Powyższa analiza jest przykładem klasycznego wnioskowania statystycznego. Przyjmowane jest założenie, że rozkład temperatury  $X$  ma postać rozkładu normalnego (Gaussa):

$$X|\theta \sim N(\theta, \sigma^2).$$

Wnioskowanie bayesowskie wychodzi od założenia o istnieniu wiedzy spoza analizowanego zbioru obserwacji [Osiewalski 2001]. Przyjęto, że wariancja



Rys. 4. Szeregi czasowe i rozkłady prawdopodobieństwa dla temperatur i zużycia energii w wybranych fazach procesu odlewania stali dla przykładowego przedsiębiorstwa

Źródło: opracowanie własne.

rozkładu danych zarejestrowanych  $\sigma^2$  jest znana, a rozkład *a priori* średniej ma również postać rozkładu normalnego:

$$\theta \sim N(\mu, \tau^2).$$

Rozkład ten reprezentuje wiedzę *a priori* o temperaturze w danym miejscu procesu produkcyjnego, a zatem średnia  $\mu$  i wariancja  $\tau^2$  są znane. Wiedza ta może wynikać ze zdobytego doświadczenia opartego na wcześniejszych badaniach, intuicji czy wiedzy eksperckiej (opartej w tym przypadku np. na fizycznych teoriach termodynamiki i dynamiki przepływu cieczy).

Podstawę wnioskowania statystycznego stanowi ciągle informacja uzyskana z obserwacji, stąd przy dostatecznej ich ilości, nawet dość znaczne zmiany rozkładu *a priori* nie pociągają za sobą większych zmian w otrzymywanych rozkładach *a posteriori*. Niewielkie zmiany mogą być jednak istotne w przypadku bardzo precyzyjnego sterowania procesami produkcyjnymi. Źródłem dodatkowej informacji mogą być długoletni pracownicy przedsiębiorstw, dzięki których intuicji można poprawić trafność prognozowania.

W prezentowanym przykładzie przyjęto *a priori*, że średnia temperatura na wyjściu ze stanowiska obróbki pozapiecowej będzie wynosić 1580°C, a odchylenie standardowe 3°C (rys. 3).

Wnioskowanie o parametrze  $\theta$  (średnia temperatura) dokonywane jest na podstawie rozkładu warunkowego tego parametru przy ustalonych obserwacjach, czyli na podstawie tzw. rozkładu *a posteriori* o gęstości danej wzorem Bayesa:

$$P(\theta|X) = \frac{P(X|\theta)P(\theta)}{P(X)},$$

gdzie  $P(X) = \int_{\Theta} P(Y|\theta)P(\theta)d\theta$  jest brzegową gęstością wektora obserwacji.

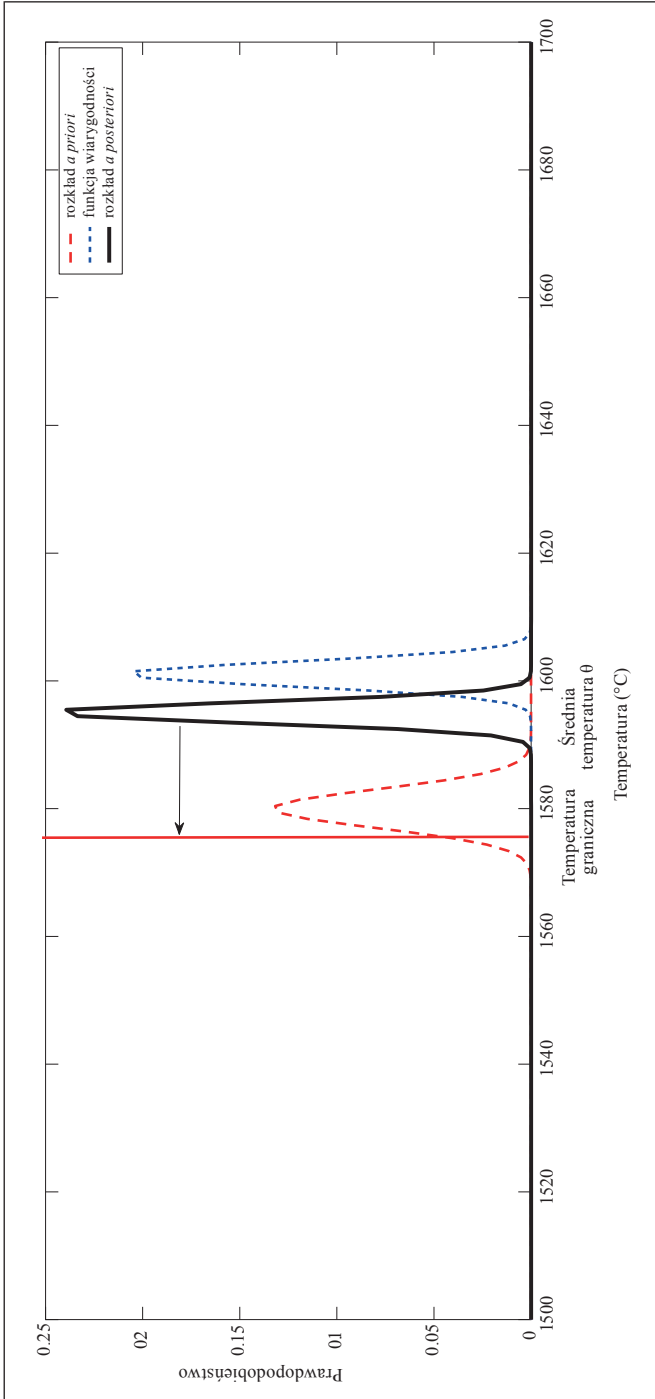
Rozważana jest rodzina rozkładów prawdopodobieństwa indeksowana przez wektor  $\theta \in \Theta \subset R^s$ . Centralnym punktem wnioskowania bayesowskiego jest wyznaczenie rozkładu *a posteriori* łączącego informacje o parametrze pochodzące z funkcji wiarygodności i rozkładu *a priori*<sup>3</sup>:

$$P(\theta | X) \propto L(\theta, X)P(\theta),$$

gdzie:

- $\propto$  – symbol proporcjonalności (równości z dokładnością do stałej dodatniej),
- $L(\theta, X)$  – funkcja wiarygodności definiowana jako  $L(\theta, X) = P(X, \theta)$ .

<sup>3</sup> Wiarygodność bayesowska jest tożsama z klasyczną funkcją wiarygodności. Mianowicie w statystyce klasycznej funkcją wiarygodności nazywamy funkcję gęstości rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej rozpatrywaną jako funkcję parametrów, od której ona zależy (prawdopodobieństwo otrzymania obserwacji przy danych parametrach rozkładu statystycznego).



Rys. 5. Rozkład *a priori*, funkcja wiarygodności i rozkład *a posteriori* oraz poziom graniczny dla średniej temperatury  
 Źródło: opracowanie własne.

Łącząc wiedzę z obserwacji z wiedzą *a priori*, osiąga się większą efektywność estymatorów<sup>4</sup>. Rozkład *a priori*, funkcję wiarygodności oraz rozkład *a posteriori* dla średniej temperatury na wyjściu ze stanowiska obróbki cieplnej przedstawiono na rys. 5.

Powyżej przedstawiono przykład jednowymiarowej analizy statystycznej temperatury w kadzi odlewniczej z zastosowaniem wnioskowania bayesowskiego. Następnym krokiem jest analiza wielowymiarowa oraz analiza regresji, która pozwala poznawać powiązania pomiędzy różnymi zjawiskami. W przypadku wnioskowania bayesowskiego rozkład *a priori*, funkcja wiarygodności oraz rozkład *a posteriori* dotyczą szacowanych parametrów funkcji regresji. Dalszym uogólnieniem jest analiza szeregów czasowych, która pozwala uwzględnić ich właściwości oraz zależności występujące w czasie.

## 9. Podsumowanie

Z analizy danych przeprowadzonej dla wybranej stalowni w Polsce wynika, że pomiary temperatury oraz zużycia energii elektrycznej charakteryzują się zmiennością, a to oznacza obecność składnika losowego w badanych procesach technologicznych. W związku z tym zmienne te powinny być traktowane jako zmienne losowe, opisane rozkładem prawdopodobieństwa zbliżonym do rozkładu normalnego. Właściwość ta powinna być brana pod uwagę w przypadku modelowania procesu produkcyjnego.

Wysoka precyzja sterowania procesami technologicznymi wymaga zmniejszenia tej zmienności oraz uwzględnienia dodatkowej informacji spoza zbioru danych (np. wynikającej z doświadczenia pracowników), co jest możliwe dzięki zastosowaniu np. metod bayesowskich. Dotychczasowe analizy danych rejestrowanych w wybranej stalowni wskazują, że przeciętna zmienność temperatury sięga kilkunastu stopni Celsjusza. Proponowane rozwiązanie powinno doprowadzić do obniżenia tego wskaźnika o kilka stopni, a w dalszej perspektywie znacznie poniżej 10°C. Większa stabilność procesów pozwoli na bardziej trafne prognozowanie.

Prognozowanie temperatury w kadzi odlewniczej i kadzi pośredniej ma istotne znaczenie dla uzyskania odpowiedniej jakości stali, wydajności związanej z szybkością odlewania oraz ograniczenia zużycia energii potrzebnej do podgrzewania. Osiągnięcie tych celów wymaga rozwiązania problemów zarówno natury

---

<sup>4</sup> Estymator parametru (np. średnia temperatura) powinien być nieobciążony, czyli najbardziej zbliżony do prawdziwej wartości, efektywny, czyli charakteryzujący się najmniejszym rozrzutem spośród wybranych estymatorów, oraz zgodny, czyli wraz ze wzrostem liczby obserwacji jego wariancja i obciążenie powinny dążyć do zera.



technicznej i technologicznej, jak i tych dotyczących dziedziny zarządzania i organizacji procesów produkcyjnych. Ostatecznie działania takie powinny wpłynąć na obniżenie jednostkowego kosztu zmiennego produkcji oraz powinny mieć korzystny wpływ na środowisko naturalne.

Zbliżanie temperatury w kadzi pośredniej do temperatury krytycznej (odpowiednio większej od temperatury likwidusu) wiąże się z większym ryzykiem zastygnięcia stali, ale obniża koszty zużycia energii i polepsza jakość produktu. Takie zarządzanie procesami technologicznymi wymaga bardzo precyzyjnego sterownia oraz pomiaru ryzyka, czyli w tym przypadku prawdopodobieństwa osiągnięcia temperatury krytycznej w kadzi pośredniej. Podstawową miarą ryzyka jest odchylenie standardowe, czyli jeden z parametrów rozkładu statystycznego. W przypadku analizowanych procesów współczynnik zmienności (stosunek odchylenia standardowego do średniej) waha się w granicach od 1,23–0,31%, co odpowiada wahaniom temperatury od kilkunastu do kilku stopni. Wydaje się, że jest to niewielki rozrzut obserwacji, ale efektem tego jest utrzymywanie temperatury procesu na poziomie nawet o kilkadziesiąt stopni Celsjusza przekraczającym temperaturę likwidusu. Obniżenie temperatury procesu wytwarzania stali wymaga więc lepszego zarządzania ryzykiem, które obejmuje jego pomiar za pomocą metod statystycznych. Rezultatem tego rodzaju projektów będzie więc przede wszystkim zbliżenie temperatury procesu do temperatury krytycznej, co wiąże się z większym ryzykiem zastygnięcia stali, a co za tym idzie – spowodowania znaczących strat biznesowych. Jest to szczególny przypadek szerszego problemu zbliżania parametrów procesów technologicznych do nieprzekraczalnych granic, wtedy kiedy jest to korzystne z punktu widzenia efektywności produkcji (jakości i rentowności).

Zastosowanie praktyczne zaprezentowanej metodyki wiąże się z odpowiednim opomiarowaniem procesu produkcyjnego oraz oprogramowaniem pozwalającym na szybkie tworzenie i przetwarzanie dużych zbiorów danych o wymaganej strukturze. Rozwinięcie w Polsce bardzo precyzyjnych procesów technologicznych pozwalających na produkcję wyrobów wysokiej jakości jest istotne dla procesu reindustrializacji, ponieważ masowa produkcja wyrobów niskiej i średniej jakości została przeniesiona z Europy w rejon Pacyfiku.

## Literatura

- Ahmad I., Kano M., Hasebe S., Kitada H., Murata N. [2014], *Prediction of Molten Steel Temperature in Steel Making Process with Uncertainty by Integrating Gray-Box Model and Bootstrap Filter*, „Journal of Chemical Engineering of Japan”, vol. 47, nr 11, <http://dx.doi.org/10.1252/jcej.14we067>.

- Barczak A.S. [2002], *Modelowanie ewolucji obiektu gospodarczego* [w:] *Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych*, red. A. Zeliaś, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Makroekonomiczny model gospodarki opartej na wiedzy* [2009], red. W. Welfe, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Miczka M. [2008], *Strukturalne modelowanie ekonomiczne ewolucji obiektu gospodarczego*, „Wiadomości Statystyczne”, nr 7.
- Miczka M. [2013], *Schumpeterowskie modele wzrostu gospodarczego* [w:] *Zastosowanie metod ilościowych i jakościowych w modelowaniu i prognozowaniu zjawisk społeczno-gospodarczych*, red. B. Pawełek, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Miczka M. [2014], *Analiza funkcji produkcji i wydajności pracy dla wybranych działów polskiego przemysłu – weryfikacja empiryczna z zastosowaniem metodyki badań panelowych* [w:] *Modelowanie i prognozowanie zjawisk społeczno-gospodarczych. Teoria i praktyka*, red. B. Pawełek, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Osiewalski J. [2001], *Ekonometria bayesowska w zastosowaniach*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Romer P.M. [1994], *The Origins of Endogenous Growth*, „Journal of Economic Perspectives”, vol. 8, nr 1, <http://dx.doi.org/10.1257/jep.8.1.3>.
- Strategic Research Agenda: A Vision for the Future of the Steel Sector* [2013], European Steel Technology Platform, 2nd ed., May, <ftp://ftp.cordis.europa.eu/pub/estep/docs/sra-052013-en.pdf>.

## **Risk Management in Intelligent Manufacturing Systems Using Bayesian Analysis**

(Abstract)

The article presents the range of modern methods used to forecast and conduct risk analysis of the production process and the characteristics of the measurements taken during the steel production process. The methodology is based on the state space representation of a dynamic system and Bayesian inference. The methodology enables us to reject the assumption of constant estimated parameters, analyse the statistical distribution of the whole and take into account *a priori* information, which is to say outside the dataset. The article is a review and the basis for further studies that include implementation of the concept of intelligent manufacturing in Polish industrial enterprises.

**Keywords:** production process, risk, forecasting, metallurgy, temperature, Bayes, states pace representation.

ISSN 1898-6447

UNIWERSYTET EKONOMICZNY W KRAKOWIE  
31-510 Kraków, ul. Rakowicka 27  
WYDAWNICTWO  
[www.uek.krakow.pl](http://www.uek.krakow.pl)

Zamówienia na wydane prace przyjmuje  
Księgarnia Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie  
tel. 12 293-57-40, fax 12 293-50-11  
e-mail: [ksiegarnia@uek.krakow.pl](mailto:ksiegarnia@uek.krakow.pl)