

1. Wprowadzenie

Inwestorzy podejmują decyzje o alokowaniu zasobów finansowych w oparciu o różne strategie. Niektórzy z nich opierają swój wybór na analizie fundamentalnej, inni na podstawie analizy technicznej lub polegają na metodach ekonometrycznych. Jednakże każdy racjonalny inwestor bez względu na wybraną strategię intuicyjnie dąży do maksymalizacji stopy zwrotu, przy jednoczesnym minimalizowaniu ryzyka inwestycyjnego. Harry Markowitz jako pierwszy sformalizował ten postulat za pomocą formuł matematycznych, tworząc ilościową teorię pozwalającą na stworzenie przez inwestora portfela optymalnego - zwaną do dziś teorią portfelową (za którą H. Markowitz otrzymał Nagrodę Banku Szwecji im. Alfreda Nobla w dziedzinie ekonomii w 1990 r.) [Rynki, instrumenty...2008]. Teoria portfelowa Markowitza stała się podstawą do stworzenia modelu wyceny aktywów kapitałowych (model CAPM). Model ten został opracowany niemal równocześnie i niezależnie od siebie przez trzy osoby - Williama Sharpe'a, Johna Lintnera oraz Jana Mosinna [French 2003]. Głównym zadaniem modelu jest wyjaśnienie struktury cen aktywów na rynkach kapitałowych. Ponadto służy on do wyceny instrumentów finansowych, dzięki czemu istnieje możliwość badania efektywności portfeli inwestycyjnych.

Celem artykułu jest określenie wiarygodności i istotności założeń, ich empiryczna weryfikacja, oraz sprawdzenie czy model wyceny aktywów kapitałowych może znaleźć zastosowanie przy wycenie instrumentów finansowych notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie. Do testów empirycznych na polskim rynku finansowym zostanie wykorzystana opisana w artykule modyfikacja modelu CAPM, stworzona przez F. Blacka.

2. Model wyceny aktywów kapitałowych (Capital Asset Pricing Model - CAPM)

Model CAPM opiera się na następujących założeniach [Rynki, instrumenty...2008]:

- 1) Inwestorzy podejmując decyzje o wyborze aktywów kierują się teorią Markowitza.
- 2) Nie uwzględnia się kosztów transakcyjnych oraz podatków.

- 3) Przyjmuje się wspólny horyzont inwestycyjny oraz identyczne przewidywania co do wartości oczekiwanych stóp zwrotu, wariancji oraz kowariancji
- 4) Aktywa finansowe są doskonale podzielne oraz można dokonywać krótkiej sprzedaży bez ograniczeń
- 5) Istnieje stopa procentowa pozbawiona ryzyka (r_f), według której inwestorzy mogą zaciągać i udzielać pożyczki

Założenie opisane w punkcie pierwszym oznacza, że inwestor alokuje swoje środki na podstawie dwóch parametrów- oczekiwanej wartości stopy zwrotu oraz ryzyka (wariancji lub odchylenia standardowego) oraz dąży do maksymalizacji pierwszego parametru oraz minimalizacji drugiego. Podatki i koszty transakcyjne zostały pominięte w modelu, gdyż ich wpływ w przypadku wielu inwestorów jest niewielki ze względu na duży wolumen transakcji przez nich dokonywany. Konsekwencją trzeciego założenia jest fakt, iż każdy inwestor ma do wyboru identyczny zbiór możliwości inwestycyjnych (występuje jednorodność oczekiwań). Założenie czwarte pozwala traktować inwestycje jako funkcje ciągłe [Elton i Gruber 1998]. Piąte założenie oznacza, że inwestor może ulokować część swoich środków finansowych w instrument wolny od ryzyka, czyli instrument dla którego istnieje pewny wynik finansowy, a pozostały w portfel aktywów ryzykownych.

Według CAPM portfelem najefektywniejszym jest tzw. portfel rynkowy który stanowi kombinację wszystkich aktywów ryzykownych (nie tylko akcji ale także np. obligacji przedsiębiorstw, opcji, nieruchomości, dzieł sztuki), przy czym proporcje aktywów występujących w tym portfelu muszą odpowiadać proporcjom w jakich te aktywa występują na rynku (pod względem wartości) [Reilly i Brown 2001].

Znając skład portfela rynkowego można przejść do wyceny instrumentów finansowych. W tym celu należy wprowadzić pojęcie współczynnika beta, który mierzy ryzyko poszczególnego waloru portfela. Współczynnik ten można obliczyć z następującego wzoru [Elton i Gruber 1998]:

$$\beta_i = \frac{cov(r_i, r_m)}{\sigma_m^2} \quad (1)$$

gdzie:

β_i - współczynnik beta i-tego instrumentu finansowego

r_i - stopa zwrotu z i-tego instrumentu finansowego

r_m - stopa zwrotu z portfela

Współczynnik beta równy 1 oznacza, że zmienność stopy zwrotu z danego instrumentu jest równa zmienności stóp zwrotu portfela rynkowego. Wartość większa od 1 wskazuje na większą zmienność, natomiast wartość poniżej 1 na mniejszą zmienność niż portfel rynkowy [Reilly i Brown 2001]. Zależność pomiędzy współczynnikiem beta dowolnego portfela a jego oczekiwanymi stopami zwrotu jest liniowa. Zależność tę można wyrazić także algebraicznie za pomocą wzoru:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i * [E(r_m) - r_f] \quad (2)$$

gdzie:

$E(r_i)$ - oczekiwana stopa zwrotu z portfela i

r_f - stopa zwrotu z instrumentu wolnego od ryzyka

β_i - współczynnik beta i-tego portfela

$E(r_m)$ - oczekiwana stopa zwrotu z portfela rynkowego

W równaniu (nazywanym równaniem linii SML) wyrazem wolnym jest stopa wolna od ryzyka, natomiast współczynnikiem kierunkowym jest iloraz $[E(r_m) - r_f] / \beta_m$ (gdzie $\beta_m = 1$ gdyż m to portfel rynkowy). Zgodnie z tym wzorem oczekiwana stopa zwrotu składa się z sumy dwóch czynników: stopy wolnej od ryzyka oraz premii za ryzyko (im wyższy współczynnik beta tym wyższa premia).

3. Empiryczna weryfikacja CAPM

Model wyceny aktywów kapitałowych jest jednym z najważniejszych w teorii funkcjonowania rynków kapitałowych. Pozwala on na matematyczne ujęcie zależności między ryzykiem, a oczekiwanym zyskiem oraz przedstawia spójne podejście do wyceny aktywów finansowych. Model CAPM jest jednak uproszczonym wariantem rzeczywistości i należy zadać pytanie o prawdziwość założeń i wniosków tego modelu.

Model CAPM można formułować bez niektórych restrykcji, jednakże o ile uchylenie założeń o braku kosztów transakcyjnych i podatków, podzielności instrumentów finansowych, jednorodności oczekiwań, czy możliwości krótkiej sprzedaży nieznacznie wpłynie na cały model (otrzyma się po prostu nieznacznie inną postać linii CML oraz SML [Rynki, instrumenty...2008]) to uchylenie założenia o występowaniu na rynku kapitałowym instrumentu finansowego wolnego od ryzyka dostępnego dla wszystkich inwestorów (który w praktyce nie istnieje) jest niemożliwe. Pewnym rozwiązaniem tego problemu jest przekształcenie modelu CAPM

zaproponowane przez F. Blacka [Black 1972]. Podstawą tego przekształcenia jest zastąpienie instrumentu finansowego wolnego od ryzyka portfelem, który charakteryzuje się najmniejszą wariancją oraz o współczynniku beta równym zero (czyli portfel bez ryzyka systematycznego). Taki portfel (tzw. portfel aktywów zero-beta; *zero-beta portfolio*) chociaż nie jest pozbawiony ryzyka niesystematycznego w przybliżeniu najlepiej oddaje charakterystykę instrumentu wolnego od ryzyka (według wzoru 3, oczekiwana stopa zwrotu z instrumentu dla którego $\beta = 0$ jest równa stopie wolnej od ryzyka) Ponieważ kowariancja pomiędzy portfelem aktywów zero-beta a portfelem rynkowym jest podobna do kowariancji między instrumentem wolnym od ryzyka a portfelem rynku, można przyjąć że kombinacja portfela o zerowej wartości beta oraz portfela rynkowego będzie tworzyć liniową zależność między stopą zwrotu a ryzykiem. Matematyczną formułę przekształconego modelu wyraża się następującym wzorem:

$$E(r_i) = E(r_z) + \beta_i * [E(r_m) - E(r_z)] \quad (3)$$

gdzie:

$E(r_z)$ - oczekiwana stopa zwrotu z portfela aktywów zero-beta

Istotnym ograniczeniem w tworzeniu portfela aktywów zero-beta jest założenie, aby inwestor mógł dokonywać krótkiej sprzedaży bez ograniczeń.

Głównymi wnioskami wynikającymi z modelu CAPM są liniowa zależność pomiędzy zyskiem i ryzykiem oraz fakt iż premia za ryzyko jest determinowana przez dodatni współczynnik beta.

Badania empiryczne nad wnioskami modelu, zawierające dowody zarówno zaprzeczające jak i potwierdzające wnioski modelu CAPM, pojawiały się w wielu w pracach naukowych, najważniejsze z nich to:

1) badania przeprowadzone przez Blacka, Jensen oraz Scholes [Black, Jensen, i Scholes 1972] dla danych z lat 1926-1965. Ich wyniki badań potwierdzają przydatność modelu CAPM gdyż:

- oszacowana linia SML ma cechy funkcji liniowej
- współczynnik kierunkowy SML jest statystycznie różny od zera i jest dodatni

2) testy przeprowadzone przez Fama i MacBeth [Fama i MacBeth 1973] również dla danych z 1926-1965, które wykazują słuszność modelu CAPM ponieważ:

- portfele, które historycznie charakteryzowały się wyższymi od średniej współczynnikami beta, przynosiły wyższe stopy zwrotu
- istnieje liniowa zależność pomiędzy współczynnikiem beta a stopą zwrotu
- wartość średnia współczynnika kierunkowego linii SML jest dodatnia i statystycznie różna od zera

3) badania Fama'y i Frencha dla danych z lat 1963-1990 [Fama i French 1992], które podważają tezy wynikające z modelu CAPM gdyż:

- akcje, które charakteryzowały się wyższym poziomem ryzyka systematycznego nie charakteryzowały się wyższymi stopami zwrotu
- współczynnik beta stanowi słaby predyktor przyszłych stóp zwrotu
- znaczny wpływ na stopy zwrotu miały wartości kapitalizacji spółek oraz wskaźnik cena/zysk

Niejednoznaczne wyniki badań mogą wynikać z kilku przyczyn. Pierwsza z nich to problem z identyfikowaniem portfela rynkowego, doboru odpowiedniego szeregu czasowego, niestabilnością współczynnika bety, wyborem metod statystycznych [Fama i French 2004].

Badania nad skutecznością CAPM przeprowadzane na polskim rynku finansowym wskazują na nieprawdziwość tez stawianych przez ten model [Rutkowska i Żarnowski 2012]. Wyniki nie wykazały dodatniej liniowej zależności między wartością współczynnika beta a stopą zwrotu z portfela, a ponadto premia (liczona jako różnica między średnią stopą zwrotu z portfela o największej wartości współczynnika beta a stopą zwrotu z portfela o najniższej wartości współczynnika beta) była ujemna, co jest sprzeczne z postulatami CAPM. Dodatkowym argumentem przeciwko słuszności modelu był fakt iż większość portfeli o najniższych współczynnikach beta charakteryzowały się następnie największą zmiennością.

4. Test modelu CAPM na polskim rynku kapitałowym na przykładzie spółki KGHM Polska Miedź S.A. (KGHM) oraz spółki Próchnik S.A., przy zastosowaniu portfela zero-beta

Badanie dotyczy skuteczności wyceny na podstawie linii SML tj. określenia czy zmienność stop zwrotu spółki zależy jedynie od zmienności portfela

rynkowego i współczynnika beta. Jako okres badawczy do oszacowania parametrów beta zostały wybrane miesięczne dane z lat 1997-2014 (dla spółki KGHM) oraz 1991-2014 (dla spółki Próchnik). Horyzont inwestycyjny stanowi 2015 rok. Jako portfel rynkowy został przyjęty indeks WIG, jako ten który wyliczany jest na podstawie najszerszego grona spółek.

Badanie wykorzystuje portfel aktywów zero-beta, złożony z kontraktów terminowych na WIG20 (FW20) oraz jednostek Multi Units Luxembourg Lyxor ETFWIG20 (ETFW20L). Ceny obu instrumentów zależą od indeksu WIG20. Jednostki ETFW20L będą służyły do zajmowania długich pozycji, natomiast kontrakty terminowe do pozycji krótkich i w konsekwencji do uzyskania portfela o zerowym wskaźniku beta. Niestety, na rozwijającym się polskim rynku finansowym krótka sprzedaż akcji nie charakteryzuje się wysokim obrotem (ze względu na m. in. koszty), a także jest uwarunkowana wieloma regulacjami prawnymi. Powoduje to, że powyższy portfel instrumentów nie jest arbitralnym wyborem, ale koniecznością.

Portfel aktywów zero-beta został stworzony na podstawie danych historycznych z lat 2010 (początek notowań ETFW20L) - 2014. Obliczenia optymalizujące portfel były wykonane za pomocą programu Solver. Celem głównym było to aby minimalizować ryzyko przy następujących warunkach ograniczających:

- beta portfela równa zero (zgodnie z przekształceniem modelu CAPM)
- suma wag równa jeden (100%)
- brak możliwości krótkiej sprzedaży dla ETFW20L (gdyż w rzeczywistości nie jest ona dostępna)
- inwestor nie będzie korzystał z dźwigni finansowej aby nie zwiększać ryzyka specyficznego które należy minimalizować (tzn. będzie utrzymywał depozyt zabezpieczający w wysokości 100% wartości kontraktu)
- dodatnia stopa zwrotu z portfela aktywów zero beta

Wyliczone parametry instrumentów FW20 oraz ETFW20L prezentuje tabela 1, natomiast charakterystyki portfela zawiera tabela 2.

Tabela 1. Parametry instrumentów finansowych

	ETFW20L	FW20
Okres badawczy	Lipiec 2010- Grudzień 2014	
Wariancja	0,0025	0,0027
Kowariancja z WIG	0,0021	0,0022
Beta	1,0418	1,1041

Źródło: opracowanie własne

Tabela 2. Parametry portfela

	Portfel aktywów zero-beta
Beta	0,0000
Oczekiwana stopa zwrotu (miesięczna)	0,16%
Wariancja portfela	0,013

Źródło: opracowanie własne

Zgodnie z teorią, wskaźnik beta powinien być dodatni (skoro reprezentuje premię za ryzyko). To założenie jest spełnione zarówno dla ETFW20L i FW20. Wskaźnik o wartości powyżej 1 oznacza, iż siła i kierunek zmiany indeksu WIG20 są wyższe niż zmiany indeksu WIG. Nie jest to zależność zaskakująca, gdyż stopy zwrotu spółek z WIG20 mają znaczny wpływ na obliczanie WIG, a indeks WIG20 jest mniej zdywersyfikowany niż WIG.

Zgodnie z przekształceniem Blacka, udało się otrzymać portfel, który można uznać za reprezentanta instrumentu wolnego od ryzyka. Jego współczynnik beta jest równy zero oraz charakteryzuje się dodatnią stopą zwrotu. Ponadto, ryzyko specyficzne mierzone wariancją jest niższe niż w przypadku instrumentów wchodzących w jego skład.

Po ustaleniu portfela zero-beta, następną czynnością było ustalenie wskaźnika beta dla akcji spółek KGHM i Próchnik. Oszacowany współczynnik beta wynosi 1,2014 dla spółki KGHM, natomiast dla drugiej spółki parametr beta jest równy 0,9756.

Ostatnim etapem jest weryfikacja ustaleń modelu w stosunku do danych pochodzących z notowań spółek z 2015 roku. Weryfikacja ta będzie opierała się na porównaniu rzeczywistych stóp zwrotu do tych obliczonych na podstawie linii SML.

Po uzyskaniu odpowiednich wartości, stopy zwrotu według linii SML są liczone według następującego wzoru (wyniki dla KGHM przedstawia tabela 3 oraz rysunek 1, dla Próchnik tabela 4 i rysunek 2):

$$r_t = 0,16\% + \beta_i * [r_m - 0,16\%] \quad (4)$$

gdzie:

r_t - stopa zwrotu według SML w okresie t

5,52% - stopa wolna od ryzyka

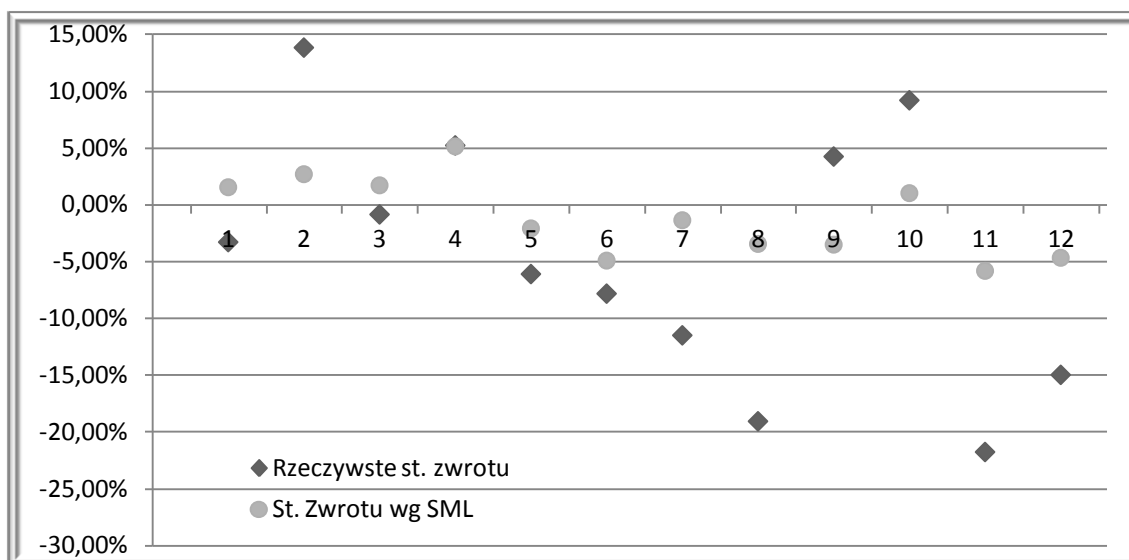
β_i - współczynnik beta

r_m - stopa zwrotu z indeksu WIG dla okresu t

Tabela 3. Weryfikacja modelu SML (KGHM)

	Rzeczywiste stopy zwrotu		Stopy zwrotu według SML
Data:	<u>KGHM</u>	<u>WIG</u>	<u>KGHM</u>
2014-12-31	-	-	-
2015-01-30	-3,27%	1,33%	1,56%
2015-02-27	13,85%	2,28%	2,71%
2015-03-31	-0,83%	1,47%	1,73%
2015-04-30	5,24%	4,32%	5,15%
2015-05-29	-6,08%	-1,69%	-2,06%
2015-06-30	-7,81%	-4,05%	-4,90%
2015-07-31	-11,47%	-1,09%	-1,34%
2015-08-31	-19,04%	-2,83%	-3,43%
2015-09-30	4,26%	-2,88%	-3,49%
2015-10-30	9,21%	0,89%	1,04%
2015-11-30	-21,74%	-4,80%	-5,80%
2015-12-31	-14,95%	-3,84%	-4,65%

Źródło: opracowanie własne



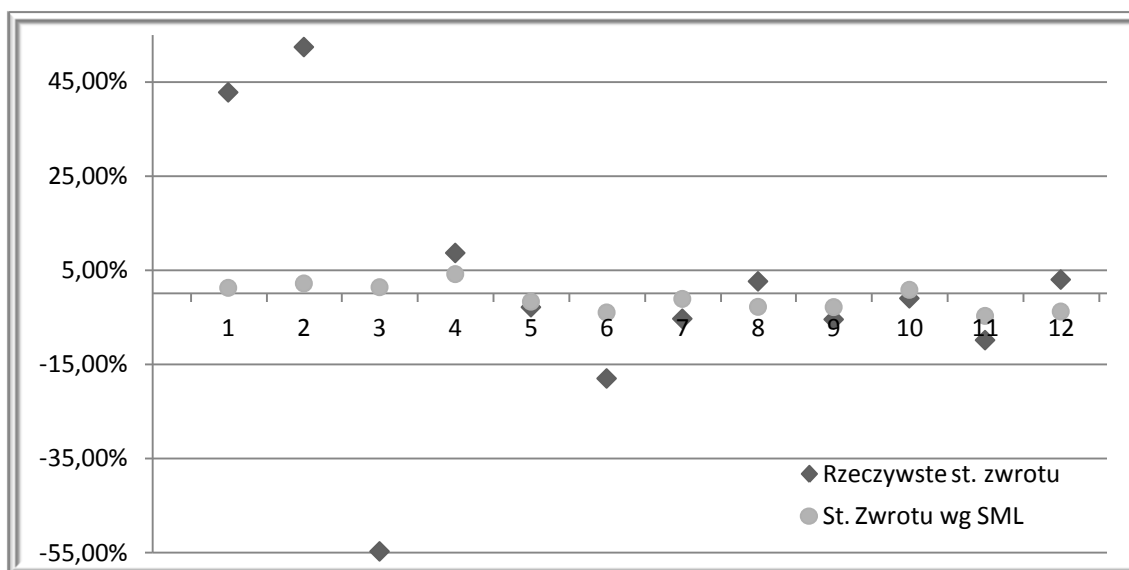
Rysunek 1. Rzeczywiste i oszacowane stopy zwrotu (KGHM)

Źródło: opracowanie własne

Tabela 4. Weryfikacja modelu SML (Próchnik)

	Rzeczywiste stopy zwrotu		Stopy zwrotu według SML
Data:	<u>Próchnik</u>	<u>WIG</u>	<u>Próchnik</u>
2014-12-31	-	-	-
2015-01-30	42,79%	1,33%	1,29%
2015-02-27	52,41%	2,28%	2,22%
2015-03-31	-54,65%	1,47%	1,43%
2015-04-30	8,70%	4,32%	4,20%
2015-05-29	-2,82%	-1,69%	-1,64%
2015-06-30	-17,95%	-4,05%	-3,93%
2015-07-31	-5,26%	-1,09%	-1,06%
2015-08-31	2,67%	-2,83%	-2,75%
2015-09-30	-5,41%	-2,88%	-2,80%
2015-10-30	-0,93%	0,89%	0,87%
2015-11-30	-9,81%	-4,80%	-4,66%
2015-12-31	3,05%	-3,84%	-3,73%

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 2. Rzeczywiste i oszacowane stopy zwrotu (Próchnik)

Źródło: opracowanie własne

W celu bardziej szczegółowego zinterpretowania wyników oszacowano współczynniki korelacji ρ pomiędzy rzeczywistymi stopami zwrotu a wynikającymi z równania linii SML oraz wykonano test istotności dla danych współczynników korelacji. Za hipotezę zerową przyjęto $\rho=0$. Zgodnie z założeniami CAPM, powinna istnieć dodatnia liniowa zależność między wartością współczynnika beta a stopą zwrotu z portfela rynkowego, za hipotezę alternatywną przyjęto $\rho>0$. Test przeprowadzono dla poziomu istotności wynoszącego $\alpha = 0,05$. Wyniki obliczeń przedstawia tabela 5.

Tabela 5. Zależność stóp zwrotu

	KGHM	Próchnik
Współczynnik korelacji	0,73	0,31
p-value	0,0024	0,1539

Źródło: opracowanie własne

W przypadku KGHM $p < \alpha$, dlatego należy odrzucić hipotezę zerową na rzecz hipotezy alternatywnej. W przypadku Próchnika $p > \alpha$, czyli nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej

Jak pokazują powyższe wyniki, teza o słuszności modelowania stóp zwrotu w oparciu jedynie na zmianach portfela rynkowego i współczynnika beta nie okazuje

się uzasadniona. W większości przypadków zmienność stóp zwrotu spółek jest większa niż ta, wyjaśniona przez współzależność z indeksem WIG i wynikająca z modelu CAPM. W przypadku KGHM tylko w pierwszym półroczu wyniki oszacowań były w przybliżeniu poprawne co przełożyło się na odpowiednio istotny współczynnik korelacji liczonego dla całego roku. Natomiast dane dla Próchnika wskazują iż nie istnieje znacząca zależność pomiędzy rzeczywistymi stopami zwrotu a wynikającymi z równania linii SML, tj. brak zależności wskazuje złą jakość predykcji równania SML.

Wartość wolnej od ryzyka stopy procentowej oszacowanej za pomocą portfela zero-beta była niższa od rentowności polskich obligacji dla analogicznego okresu, jednakże wynika to z faktu iż cena polskich obligacji zawiera w sobie premię także za inne czynniki ryzyka (np. ryzyko płynności), dlatego można uznać portfel zero-beta jako poprawną miarę wolnej od ryzyka stopy procentowej.

5. Podsumowanie

Najważniejszym wnioskiem wynikającym z zastosowania modelu CAPM jest stwierdzenie, iż wraz ze wzrostem ryzyka systematycznego (mierzonego współczynnikiem beta) instrumentu (lub portfela) rośnie także oczekiwana stopa zwrotu. Empiryczna weryfikacja modelu jest utrudniona przede wszystkim ze względu na brak możliwości określenia portfela rynkowego [Roll 1972]. Jak wynika z teorii, portfel ten powinien nie tylko zawierać akcje spółek, ale również takie instrumenty jak obligacje, nieruchomości, surowce, aktywa alternatywne czy nawet wartość kapitału ludzkiego. W zależności od sposobu badania wyniki prawdziwości tego modelu mogą się różnić.

Pomimo zastrzeżeń w stosunku co do założeń i przydatności, CAPM jest jednym z najpopularniejszych modeli wyceny używanych przez praktyków nie tylko z dziedziny rynków finansowych, ale także przez kadrę zarządczą firm (np. do wyceny kosztu kapitału własnego), co jest spowodowane łatwością szacowania i implementacji [Bruner i in. 1998]. Jak wykazuje przykład spółek KGHM i Próchnik, na polskim rynku kapitałowym model CAPM nie jest wystarczająco dobrym indykatorem zmienności stóp zwrotu, jednakże trzeba podkreślić, że polska giełda jest to rynek rozwijający się o stosunkowo niskiej płynności (w porównaniu do rynków zachodnich), co może

powodować jego nieefektywność i w konsekwencji błędną wycenę instrumentów finansowych.

Literatura

Bruner R.F., Eades K., Harris R., Higgins R. [1998], *Best Practices in estimating the cost of capital: survey and synthesis*, Financial Practice and Education. Tom 8, Numer 1.

Black F. [1972], *Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing*, Journal of Business, July.

Black F., Jensen M.C., Scholes M. [1972], *The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests*, [w:] *Studies in the Theory of Capital Markets*, red. M.C Jensen, Preager, New York.

Fama E., French K.R. [1992], *The Cross Section of Expected Returns*, Journal of Finance, June.

Fama E., French K.R. [2004], *The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence*, Journal of Economic Perspectives, Volume 18, Number 3, Summer.

Fama E., MacBeth J. [1973], *Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests*, Journal of Political Economy, May-June.

French C. W. [2003], *The Treynor Capital Asset Pricing Model*, Journal of Investment Management, Vol. 1, No. 2.

Elton E. J., Gruber M. J. [1998], *Nowoczesna teoria portfelowa i analiza papierów wartościowych*, WIG-Press, Warszawa.

Reilly F.K., Brown K.C. [2001], *Analiza inwestycji i zarządzanie portfelem*, tom I, II, Wydawnictwo PWE, Warszawa .

Roll R. [1977], *A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests' Part I: On Past and Potential Testability of the Theory*, Journal of Financial Economics, Volume 4.

Rutkowska J., Żarnowski J. [2012], *Stopy zwrotu z portfeli sortowanych według współczynnika beta z modelu CAPM na przykładzie akcji notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie w latach 1998–2010*, Zeszyty Naukowe nr 13, Polskie Towarzystwo Naukowe.

Rynki, instrumenty i instytucje finansowe [2008], red. Czekał J., Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.