

Jarosław Mielcarek

Instytut Finansów i Rachunkowości
Wyższa Szkoła Bankowa w Poznaniu

Ekonometryczny model deficytu sektora instytucji rządowych i samorządowych

Streszczenie

Celem artykułu było określenie ilościowych zależności między zmienną objaśnianą, którą jest deficyt sektora instytucji rządowych i samorządowych (deficyt), a zmiennymi objaśniającymi za pomocą dwóch dynamicznych modeli ekonometrycznych. Dla modelu pierwszego stopa zmian deficytu i stopa inflacji wyjaśniły 80% zmienności deficytu. Sprawdzenie modelu dla poziomu istotności 0,05 za pomocą testu F , testu t -Studenta, wartości p oraz korelacji między zmiennymi objaśniającymi wykazało, że jego zmienne objaśniające są istotne. W drugim modelu dodano trzy zmienne objaśniające – stopę wzrostu PKB, przyspieszenie deficytu i deficyt. W wyniku tej zmiany współczynnik determinacji wzrósł do 90%. Sprawdzenie modelu wykazało, że dodane zmienne objaśniające są nieistotne. Nieistotność stopy wzrostu PKB jako zmiennej objaśniającej deficytu nie potwierdziło twierdzenia, że w podokresie 2008–2013 doszło do gwałtownego wzrostu deficytu z powodu pogorszenia koniunktury gospodarczej. Na podstawie wartości statystyki Durбина-Watsona dla modelu z dwoma zmiennymi objaśniającymi stwierdzono, że hipoteza zerowa mówiąca, iż nie ma autokorelacji składnika losowego, nie może być odrzucona.

Słowa kluczowe: model ekonometryczny, regresja liniowa wieloraka, deficyt sektora instytucji rządowych i samorządowych, stopa wzrostu deficytu, stopa wzrostu inflacji.

1. Wprowadzenie

W literaturze deficyt sektora instytucji rządowych i samorządowych (w skrócie deficyt) czy deficyt budżetu jest szeroko omawiany¹, brakuje natomiast prób budowy modelu ekonometrycznego deficytu dla okresu po roku 2000. Istnieje dla tego czasu dostatecznie długa lista danych, aby spróbować stworzyć taki model. Celem jego budowy jest określenie ilościowych zależności między zmienną objaśnianą, którą jest deficyt, a zmiennymi objaśniającymi.

Sprawdzono w niniejszym artykule dwa modele dynamiczne, uwzględniające czynnik czasu w formie jednookresowych opóźnień między zmiennymi objaśniającymi a zmienną objaśnianą. Pierwszy to model z dwoma zmiennymi objaśniającymi, którymi są stopa wzrostu deficytu i stopa inflacji, a drugi – model z pięcioma zmiennymi objaśniającymi, którymi są dodatkowo stopa wzrostu PKB, przyspieszenie deficytu i deficyt. Uwzględnienie deficytu oznacza przyjęcie hipotezy, że między tą zmienną objaśniającą a zmienną objaśnianą zachodzi autokorelacja. Celem budowy drugiego modelu było podniesienie współczynnika determinacji oraz potwierdzenie twierdzenia, że gwałtowny wzrost deficytu w latach 2008–2013 był spowodowany pogorszeniem koniunktury gospodarczej.

Ekonometryczne modele deficytu zostały zbudowane w czterech etapach (zob. [Czerwiński 2011, s. 421–426]):

- etap I – wybór zmiennych objaśniających i objaśnianych,
- etap II – wybór matematycznej postaci równań modelu,
- etap III – estymacja modelu, czyli wyznaczenie wartości parametrów równań wchodzących w skład modelu,
- etap IV – weryfikacja modelu, czyli sprawdzenie, czy model dostatecznie dobrze pasuje do rzeczywistości.

Wyznaczenia parametrów modeli dokonano metodą regresji liniowej wielorakiej o charakterze klasycznym [Maddala 2013, s. 164–240; Welfe 2009, s. 57–82; Podolec i Ulman 2008]. W celu ich określenia posłużono się wbudowaną funkcją Excela REGLINP. Statystyki regresji oraz współczynniki korelacji między zmiennymi, które służą do sprawdzenia modeli, zostały określone odpowiednio za pomocą funkcji „regresja” i „korelacja” z pakietu Analizy programu Excel. Niebezpieczeństwo narażenia się na zaistnienie regresji pozornej zostało sprawdzone za pomocą testu Durбина-Watsona.

Zmienne objaśniające zostały wyznaczone dla lat 2002–2012. Ze względu na jednoroczne opóźnienie zmienna objaśniana zaczyna się w 2003 r. i kończy w 2013 r. Dane o wielkości deficytu dla lat 2002–2013 zaczerpnięto z GUS [2014a].

¹ Należą do tych publikacji m.in. [Ciak 2012, *Finanse publiczne* 2011, Guziejewska 2012, Jajko 2008, Lubińska 2011, Marchewka-Bartkowiak 2011, Możdzierz 2009, Owsiak 2011, 2013, Próchnicki 2011, *Sektor finansów...* 2011, Uryszek 2010, Wernik 2011, Ziółkowska 2011, 2012].

Wielkości dla lat 2000 i 2001 obliczono na podstawie udziału deficytu w PKB [Eurostat 2014] i nominalnych wartości PKB w tych latach [GUS 2014b]. Deficyty są podawane jako wartości dodatnie dla ułatwienia obliczeń.

2. Charakterystyka deficytu sektora instytucji rządowych i samorządowych w latach 2001–2013

W tabeli 1 podano wielkości deficytu sektora instytucji rządowych i samorządowych w latach 2001–2013.

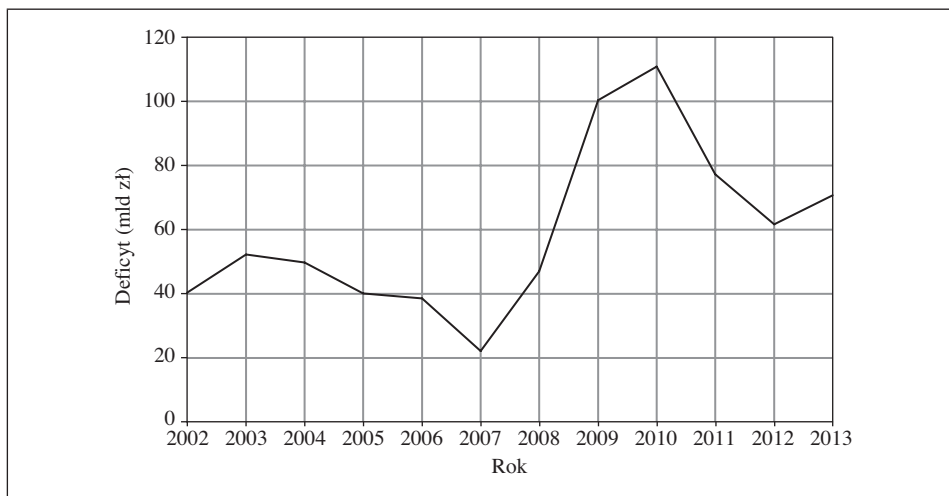
Tabela 1. Deficyt sektora instytucji rządowych i samorządowych (mln zł)

Rok	Deficyt	Stopa wzrostu deficytu, 2007 = 100%
2001	41 317	86,85%
2002	40 317	82,33%
2003	52 212	136,13%
2004	49 773	125,09%
2005	40 057	81,16%
2006	38 476	74,01%
2007	22 112	0,00%
2008	46 950	112,33%
2009	100 403	354,07%
2010	110 870	401,40%
2011	77 214	249,20%
2012	61 681	178,95%
2013	70 651	219,51%

Źródło: opracowanie własne na podstawie [GUS 2014a] oraz na podstawie udziału deficytu w PKB w 2001 r. [Eurostat 2014] i wartości nominalnej PKB w 2001 r. [GUS 2014b].

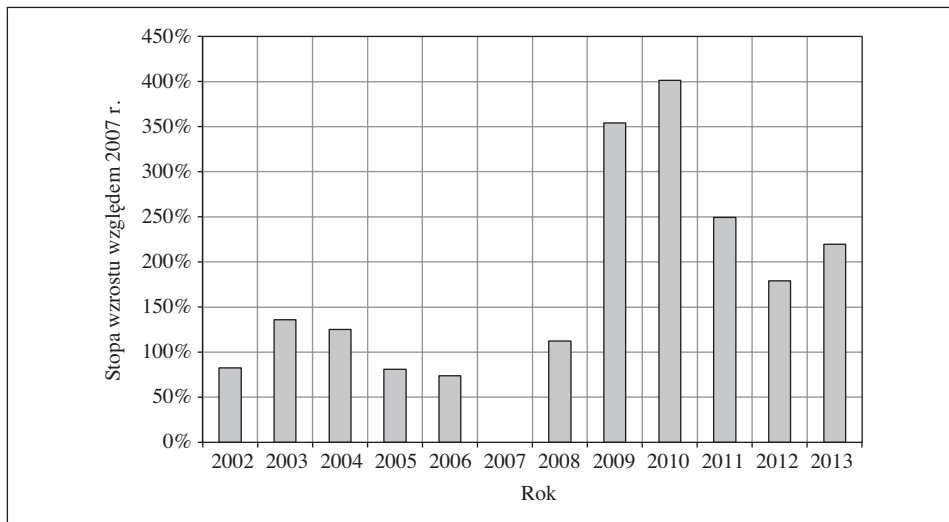
Dla umożliwienia dobrej charakterystyki kształtowania się deficytu lub nadwyżki sektora instytucji rządowych i samorządowych w tabeli 1 zamieszczono również obliczone stopy wzrostu deficytu w porównaniu z jego najniższą wielkością w 2007 r. Wyraźnie można wyróżnić dwa podokresy. Pierwszy obejmuje lata 2001–2007. Na koniec tego podokresu deficyt jest nieco wyższy od 20 mld zł. Największą wartość deficyt osiąga w tym podokresie w 2005 r., przekraczając nieco 50 mld zł. W drugim podokresie gwałtownie rośnie wartość deficytu. Maksimum długu wynosi 112 mld zł w 2010 r., minimalna wartość równa się 47 mld zł w 2008 r., a na jego koniec wielkość deficytu nie spada do poziomu z 2007 r. Najlepiej zjawisko ukształtowania się dwóch podokresów można przed-

stawić na wykresach – zob. rys. 1 i 2. Na rys. 1 zaprezentowana jest wielkość deficytu w latach 2002–2013.



Rys. 1. Deficyt w latach 2002–2013

Źródło: opracowanie własne na podstawie [GUS 2014a] oraz na podstawie udziału deficytu w PKB w 2001 r. [Eurostat 2014] i wartości nominalnej PKB w 2001 r. [GUS 2014b].



Rys. 2. Stopy wzrostu deficytu w poszczególnych latach względem 2007 r.

Źródło: opracowanie własne na podstawie [GUS 2014a] oraz na podstawie udziału deficytu w PKB w 2001 r. [Eurostat 2014] i wartości nominalnej PKB w 2001 r. [GUS 2014b].

Na rys. 1 przedstawiono kształtowanie się deficytu od 2002 r. ze względu na to, że po uwzględnieniu opóźnień czasowych zmienne objaśniające zaczynają się w 2002 r., a zmienna objaśniana, czyli deficyt, w 2003 r. Na rysunku wyraźnie widać podział badanego okresu na dwie części. Pierwsza kończy się 2007 rokiem, a druga zaczyna w 2008 i kończy w 2013 r.

Jeszcze wyraźniej można oddzielić te podokresy, jeżeli policzyć stopy wzrostu deficytu w poszczególnych latach w porównaniu z 2007 r. i przedstawić wyniki na wykresie (rys. 2).

Na rys. 2 można zaobserwować, że okres 2001–2013 wyraźnie dzieli się na podokres 2002–2007 o znacznie niższej przeciętnej stopie wzrostu względem 2007 r. (83,12%) i podokres 2008–2013 o znacznie wyższej przeciętnej stopie wzrostu względem 2007 r. (252,58%). Na tej podstawie można stwierdzić, że po 2007 r. doszło do gwałtownego wzrostu deficytu.

Obserwacja kształtowania się deficytu rodzi oczywiście pytanie, za pomocą jakich zmiennych objaśniających można wyjaśnić zmienność deficytu budżetu w latach 2003–2013. Odpowiedź została udzielona w punktach 3 i 4 artykułu.

3. Model z dwoma zmiennymi objaśniającymi

W punkcie tym zostały przedstawione cztery etapy budowy modelu ekonometrycznego deficytu. Zmienną objaśnianą jest deficyt, a zmiennymi objaśnianymi stopa inflacji z roku poprzedniego i stopa wzrostu deficytu z roku poprzedniego.

Wielkości zmiennych objaśniających w latach 2002–2013 podano w tabeli 2.

Wartości zmiennych objaśniających od 2002 r. zostały podane w tabeli 2. Uwzględniono jednoroczne przesunięcie zmiennej objaśnianej względem zmiennych objaśniających, zaczyna się ona zatem w 2003 r. i kończy w 2013 r.

Przyjęta została hipoteza, że zależności między zmienną objaśnianą a zmiennymi objaśniającymi dobrze opisuje funkcja liniowa wielu zmiennych o postaci:

$$D_t = a_1 i_{t-1} + a_2 b_{t-1} + a_0, \quad (1)$$

gdzie:

i_{t-1} – stopa inflacji w roku $t - 1$,

b_{t-1} – stopa wzrostu deficytu w roku $t - 1$,

a_0 – wyraz wolny,

a_1 i a_2 – współczynniki modelu ekonometrycznego – parametry zmiennych objaśniających.

Tabela 2. Zmienne objaśniające

Rok	Stopa inflacji (%)	Stopa wzrostu deficytu (%)
2002	1,9	-2,42
2003	0,8	29,50
2004	3,5	-4,67
2005	2,1	-19,52
2006	1,0	-3,95
2007	2,5	-42,53
2008	4,2	112,33
2009	3,5	113,85
2010	2,6	10,42
2011	4,3	-30,36
2012	3,7	-20,12

Źródło: opracowanie własne na podstawie [GUS 2014a], na podstawie udziału deficytu w PKB w 2001 r. [Eurostat 2014], wartości nominalnej PKB w 2001 r. [GUS 2014b] oraz [Inflacja w Polsce... 2014].

Został wybrany model dynamiczny, uwzględniający czynnik czasu w formie opóźnień. Między zmiennymi objaśniającymi a zmienną objaśnianą zachodzi jednookresowe opóźnienie.

Wyznaczenia parametrów modelu dokonano z wykorzystaniem wbudowanej funkcji programu Excel REGLINP, a sprawdzenie modelu za pomocą funkcji „regresja” i „korelacja” z pakietu Analizy programu Excel. Wyniki ich zastosowania przedstawiono w tabeli 3.

Na podstawie współczynników modelu ekonometrycznego podanych w tabeli 3 model możemy zapisać w następującej postaci:

$$D_t = 1\,030\,684i_{t-1} + 33\,462b_{t-1} + 28\,406. \quad (2)$$

Interpretacja podanych w tabeli współczynników może opierać się na założeniu, że opisują one wpływ uwzględnianych czynników na decydentów lub wskazują na niezależność procesów kształtujących wielkość deficytu od decydentów albo możliwe są obydwa te podejścia równocześnie. Można przyjąć, że zmiany stopy inflacji wpływają na decydentów przy określaniu rozmiarów deficytu w następnym roku, a wpływ zmian stopy wzrostu deficytu z roku poprzedniego wskazuje na niezależność procesu kształtowania się deficytu od ich decyzji.

Miara wpływu zmian danej zmiennej objaśniającej na zmienną objaśnianą, czyli wielkość jej współczynnika, jest omawiana przy założeniu, że inne zmienne objaśniające nie ulegają zmianie. Podane w tabeli 3 współczynniki równania regresji oznaczają, że zmiana inflacji o jeden punkt procentowy doprowadzi do

Tabela 3. Parametry modelu (mln zł) oraz sprawdzenie modelu

Parametry modelu (mln zł)	Stopa wzrostu deficytu	Stopa inflacji	Wyraz wolny
Współczynniki	33 462	1 030 684	28 406
Statystyki regresji	Wielkość		
Korelacja wielokrotna R	0,8925		
R^2	0,7966		
Dopasowany R^2	0,7458		
Błąd standardowy	13 581		
Obserwacje	11		
Analiza wariancji	df	SS	MS
Regresja	2	5 779 501 710	2 889 750 855
Resztkowy	8	1 475 471 463	184 433 933
Razem	10	7 254 973 173	–
Test t -Studenta i wartość p	t Stat	Wartość p	Wartość p
Przejęcie	2,6732	0,0282	15,6682
Stopa inflacji	2,8182	0,0226	–
Stopa wzrostu deficytu	4,0227	0,0038	–

Źródło: opracowanie własne.

zmiany deficytu w tym samym kierunku o 1 030 684 mln zł. Dodatnia zależność między stopą inflacji a deficytem może być interpretowana w ten sposób, że wzrost stopy inflacji w danym roku wywołuje oczekiwania dalszego jej wzrostu i planowanie deficytu w kolejnym roku na wyższym poziomie. Dodatkową zachętą do takiego postępowania może być to, że w wyniku wzrostu nominalnego PKB spowodowanego inflacją wzrost deficytu w pewnych granicach nie będzie prowadził do wzrostu jego udziału w nominalnym PKB.

Pod wpływem zmiany stopy wzrostu deficytu o jeden punkt procentowy deficyt zmieni się w tym samym kierunku o 28 406 mln zł. Ta dodatnia zależność świadczy o tym, że kształtowanie się deficytu charakteryzuje się znaczną bezwładnością, czyli jeżeli w danym roku doszło do wzrostu deficytu, to ze względu na bezwładność kształtowania się deficytu w następnym roku istnieje większe prawdopodobieństwo wzrostu niż spadku deficytu.

Sprawdzenie modelu polega na określeniu, czy model jest w wystarczającym stopniu zgodny z rzeczywistością. Statystyki regresji, które służą do tego celu, zostały przedstawione w tabeli 3.

Najważniejszym wskaźnikiem dopasowania jest współczynnik determinacji, mierzony za pomocą R^2 . Wynosi on ok. 0,8, co oznacza, że model wyjaśnia niecałe 80% zmienności zmiennej objaśnianej, czyli deficytu. Jest to znaczne dopasowanie modelu do rzeczywistości i ścisła zależność między zmiennymi objaśniającymi a deficytem.

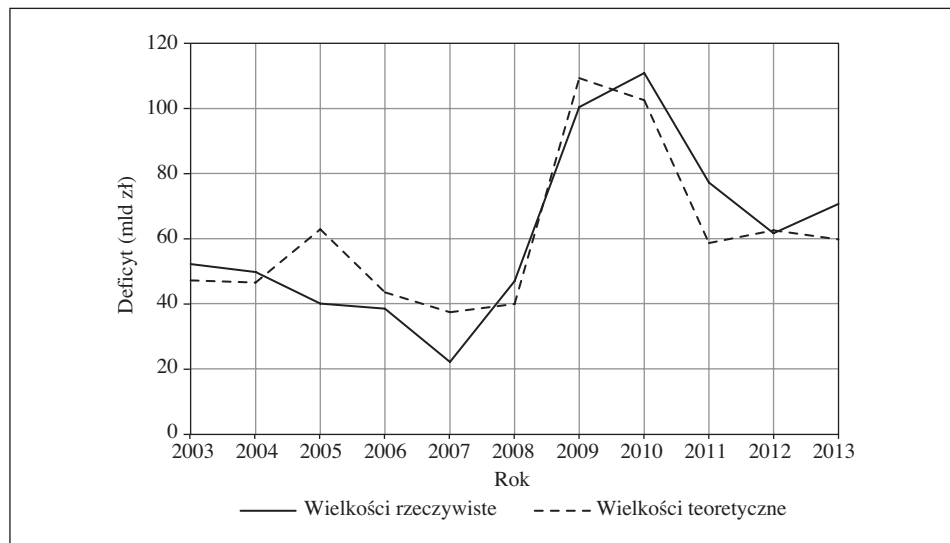
Teoretyczne i rzeczywiste kształtowanie się deficytu zaprezentowano w tabeli 4.

Tabela 4. Teoretyczne i rzeczywiste kształtowanie się deficytu w latach 2003–2013 (mln zł)

Rok	Teoretyczny deficyt	Rzeczywisty deficyt
2003	47 179	52 212
2004	46 524	49 773
2005	62 917	40 057
2006	43 518	38 476
2007	37 392	22 112
2008	39 942	46 950
2009	109 281	100 403
2010	102 576	110 870
2011	58 692	77 214
2012	62 568	61 681
2013	59 810	70 651

Źródło: opracowanie własne na podstawie [GUS 2014a] oraz na podstawie udziału deficytu w PKB [Eurostat 2014] i wartości nominalnej PKB [GUS 2014b].

Stopień dopasowania modelu przedstawiono na rys. 3, na którym wykreślono rzeczywiste i teoretyczne (wynikające z posłużenia się parametrami modelu) kształtowanie się deficytu w latach 2003–2013 na podstawie danych z tabeli 4.



Rys. 3. Rzeczywiste i teoretyczne wielkości deficytu – model z dwoma zmiennymi objaśniającymi

Źródło: opracowanie własne na podstawie [GUS 2014a] oraz na podstawie udziału deficytu w PKB [Eurostat 2014] i wartości nominalnej PKB [GUS 2014b].

Na rys. 3 można dostrzec, że model jest dobrze dopasowany do rzeczywistości w podokresie gwałtownego wzrostu deficytu. Oprócz uwzględnianej przez decydentów przy planowaniu deficytu stopy inflacji z roku poprzedniego istotny wpływ na deficyt wywierała również stopa wzrostu deficytu, która odzwierciedla niezależną od decydentów bezwładność kształtowania się deficytu. W związku z tym w swoich prognozach deficytu popełniali duże błędy niedoszacowania, co prowadzi do konieczności przeprowadzania korekty budżetu w danym roku.

W modelu przyjęto poziom istotności wynoszący 0,05. Dla tej wielkości przeprowadzono analizę wariancji. Rezultaty zostały przedstawione w tabeli 3.

Na podstawie danych z tabeli 3 można zweryfikować hipotezę zerową, że wszystkie zmienne objaśniające są nieistotne (współczynniki są zerowe). Podane w niej stopnie swobody wynoszą $v_1 = 2$ i $v_2 = 8$. Dla nich oraz poziomu istotności $\alpha = 0,05$ z rozkładu F Snedecora odczytano, że wartość krytyczna F wynosi $F_{\text{kryt}} = 4,48$ (www.ekonometria4me.pl/rozf2.htm, dostęp: 20.04.2014). Ponieważ

podana w tabeli wartość $F > F_{\text{kryt}}$, można odrzucić hipotezę zerową i uznać, że przynajmniej jeden współczynnik jest różny od zera.

W tabeli 3 podano również statystykę t -Studenta i wartość p . Dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$ oraz stopnia swobody równego $v = n - k - 1 = 11 - 2 - 1 = 8$ wartość krytyczna statystyki t -Studenta wynosi 2,3060 (http://www.socjologia.uni.wroc.pl/images/materialy_dyd/Tablica_rozkladu_t_Studenta.pdf, dostęp: 10.01.2014), a ponieważ dla wszystkich zmiennych objaśniających z tabeli 3 zachodzi warunek $t > t_{\text{kryt}}$, należy odrzucić dla nich hipotezy zerowe o nieistotności i przyjąć hipotezy, że czynniki te są istotne dla wyjaśnienia zmian zmiennej objaśnianej. Również wartość p dla poszczególnych zmiennych objaśniających jest niższa od współczynnika istotności α , czyli na tej podstawie można odrzucić hipotezę zerową o ich nieistotności i przyjąć hipotezę, że są istotne.

Kolejny sprawdzian dotyczy współliniowości zmiennych objaśniających. Za pomocą funkcji „korelacja” z pakietu Analizy programu Excel obliczono współczynniki korelacji między nimi i wyniki obliczeń przedstawiono w tabeli 5.

Tabela 5. Korelacja między zmiennymi objaśniającymi

Wyszczególnienie	Deficyt	Stopa inflacji	Stopa wzrostu deficytu
Deficyt	1	–	–
Stopa inflacji	0,6207	1	–
Stopa wzrostu deficytu	0,7712	0,2391	1

Źródło: opracowanie własne.

Współczynnik korelacji podany w tabeli 5 dla zmiennych objaśniających kształtuje się na niskim poziomie. Nie ma zatem uzasadnienia, aby któryś z tych czynników usunąć z modelu ekonometrycznego z powodu jego współliniowości z innym. Matematyczna postać równania modelu (2) może zostać zaakceptowana. Poza tym należy zauważyć, że między poszczególnymi zmiennymi objaśniającymi a zmienną objaśnianą istnieją współczynniki korelacji o wielkości oznaczającej, że mają one istotny wpływ na zmienną objaśnianą.

4. Model z pięcioma zmiennymi objaśniającymi

Budowa tego ekonometrycznego modelu deficytu składała się z czterech etapów. Zmienną objaśnianą jest deficyt, a zmiennymi objaśnianymi:

- stopa wzrostu PKB z roku poprzedniego,
- stopa inflacji z roku poprzedniego,
- stopa wzrostu deficytu z roku poprzedniego,

- przyspieszenie deficytu z roku poprzedniego,
 - deficyt z roku poprzedniego,
- Wielkości zmiennych objaśniających w latach 2002–2013 podano w tabeli 6.

Tabela 6. Zmienne objaśniające

Rok	Stopa wzrostu PKB (%)	Stopa inflacji (%)	Stopa wzrostu deficytu (%)	Przyspieszenie deficytu	Deficyt (mln zł)
2002	1,4	1,9	1,25	-0,99	40 317
2003	3,9	0,8	30,37	23,60	52 212
2004	5,3	3,5	-5,73	-1,25	49 773
2005	3,6	2,1	-19,52	2,21	40 057
2006	6,2	1,0	-3,95	-0,84	38 476
2007	6,8	2,5	-42,53	9,35	22 112
2008	5,1	4,2	112,33	-2,52	46 950
2009	1,6	3,5	113,85	1,15	100 403
2010	3,9	2,6	10,42	-0,80	110 870
2011	4,5	4,3	-30,36	-4,22	77 214
2012	2,0	3,7	-20,12	-0,54	61 681
2013	1,6	0,9	14,54	-1,58	70 651

Źródło: opracowanie własne na podstawie [GUS 2014a], na podstawie udziału deficytu w PKB w 2001 r. [Eurostat 2014], wartości nominalnej PKB w 2001 r. [GUS 2014b] oraz [Inflacja w Polsce...].

Wartości zmiennych objaśniających zostały podane w tabeli 6 od 2002 r. Wynika to ze sposobu obliczania przyspieszenia dla roku 2002, wymagającego danych z lat 2000 i 2001. Stosuje się bowiem następującą formułę do jego obliczenia:

$$p_t = \frac{\Delta^2 D_t}{\Delta D_{t-1}} = \frac{\Delta D_t - \Delta D_{t-1}}{\Delta D_{t-1}} = \frac{D_t - D_{t-1}}{D_{t-1} - D_{t-2}} - 1, \quad (3)$$

gdzie:

- p_t – przyspieszenie deficytu w roku t ,
- $\Delta^2 D_t$ – różnica drugiego stopnia,
- ΔD_{t-1} – przyrost deficytu w roku $t - 1$,
- D_t – deficyt w roku t .

Wartościami przyspieszenia deficytu dysponujemy dopiero od 2002 r. Ze względu na jednoroczne przesunięcie wzięto pod uwagę zmienne objaśniające do 2012 r. Uwzględniono jednoroczne przesunięcie zmiennej objaśnianej względem zmiennych objaśniających, zatem zaczyna się ona w 2003 r. i kończy w 2013 r.

Przyjęta została hipoteza, że zależności między zmienną objaśnianą a zmiennymi objaśniającymi dobrze opisuje funkcja liniowa wielu zmiennych o postaci:

$$D_t = a_1 d_{t-1} + a_2 i_{t-1} + a_3 b_{t-1} + a_4 p_{t-1} + a_5 D_{t-1} + a_0, \quad (4)$$

gdzie:

- d_{t-1} – stopa wzrostu PKB w roku $t - 1$,
- i_{t-1} – stopa inflacji w roku $t - 1$,
- b_{t-1} – stopa wzrostu deficytu w roku $t - 1$,
- p_{t-1} – przyspieszenie deficytu w roku $t - 1$,
- D_{t-1} – deficyt w roku $t - 1$,
- a_0 – wyraz wolny,
- a_1 do a_5 – współczynniki modelu ekonometrycznego – parametry zmiennych objaśniających.

Został wybrany model dynamiczny uwzględniający czynnik czasu w formie opóźnień. Między zmiennymi objaśniającymi a zmienną objaśnianą zachodzi jednookresowe opóźnienie. Posłużenie się jako zmienną objaśniającą wielkością deficytu z roku poprzedniego oznacza przyjęcie hipotezy, że istnieje autokorelacja między zmienną objaśnianą a tą zmienną objaśniającą.

Parametry modelu wyznaczono metodą regresji liniowej wielorakiej. W tym celu posłużono się wbudowaną funkcją Excela REGLINP. Wyniki jej zastosowania do obliczenia parametrów (współczynników) modelu przedstawione zostały w tabeli 7.

Tabela 7. Parametry modelu (mln zł z wyjątkiem deficytu)

Wyszczególnienie	Deficyt	Stopa wzrostu deficytu	Stopa wzrostu PKB	Przyspieszenie deficytu	Inflacja	Wyraz wolny
Współczynniki	0,22	26 570,17	-255 027,72	626	1 140 676	21 969
Test <i>t</i> -Studenta i wartość <i>p</i>	<i>t</i> Stat	Wartość <i>p</i>				
Wyraz wolny	1,1866	0,28871				
Stopa inflacji	2,7457	0,04051				
Przyspieszenie deficytu	1,0262	0,35184				
Stopa wzrostu PKB	-1,0830	0,32826				
Stopa wzrostu deficytu	3,3814	0,01964				
Deficyt	1,3469	0,23584				

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie współczynników modelu ekonometrycznego podanych w tabeli 7 możemy model zapisać w następującej postaci:

$$D_t = -225\,028d_{t-1} + 1140\,676i_{t-1} + 26\,570b_{t-1} + 626p_{t-1} + 0,22D_{t-1} + 21\,969. \quad (5)$$

W tabeli 7 podano statystykę *t*-Studenta i wartość *p*, za pomocą której sprawdzono, które zmienne objaśniające są istotne. Dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$ oraz stopnia swobody równego $\nu = n - k - 1 = 11 - 5 - 1 = 8$ wartość krytyczna statystyki *t*-Studenta wynosi 2,3060 (http://www.socjologia.uni.wroc.pl/images/materialy_dyd/Tablica_rozkladu_t_Studenta.pdf, dostęp: 10.01.2014).

Dla deficytu, przyspieszenia deficytu i stopy wzrostu PKB wartość statystyki *t*-Studenta jest niższa od wartości krytycznej $t < t_{kryt}$ i w związku z tym nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o nieistotności tych zmiennych objaśniających. Wartość *p* dla tych zmiennych objaśniających jest większa od współczynnika istotności α , czyli również nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o nieistotności tych zmiennych objaśniających. Okazuje się, że wysoka wartość współczynnika determinacji R^2 nie wyklucza uwzględnienia w modelu zmiennych nieistotnych.

Zgodnie z wielkościami statystyki *t* i wartości *p* w tabeli 7 dla stopy inflacji i stopy wzrostu deficytu należy przyjąć hipotezę o istotności tych zmiennych objaśniających. W wyniku sprawdzenia modelu z pięcioma zmiennymi objaśniającymi powrócono do modelu z dwoma zmiennymi objaśniającymi, przedstawionego w punkcie 3 artykułu.

Tabela 8. Korelacja między zmiennymi objaśniającymi

Wyszczególnienie	Deficyt	Inflacja	Stopa wzrostu deficytu	Stopa wzrostu PKB	Przyspieszenie deficytu	Deficyt
Deficyt	1	–	–	–	–	–
Inflacja	0,6196	1	–	–	–	–
Stopa wzrostu deficytu	0,7711	0,2391	1	–	–	–
Stopa wzrostu PKB	-0,4483	-0,1018	-0,2631	1	–	–
Przyspieszenie deficytu	-0,2084	-0,6063	-0,0192	0,1046	1	–
Deficyt	0,6287	0,3505	0,3651	-0,4402	-0,2414	1

Źródło: opracowanie własne.

Najbardziej zaskakujące jest odkrycie, że stopa wzrostu PKB nie jest zmienną istotną dla określenia zmiennej objaśnianej, jaką jest deficyt. Wynik ten jest odmienny od powszechnego przekonania, że koniunktura gospodarcza, którą można scharakteryzować za pomocą stopy wzrostu PKB, ma istotny wpływ na

kształtowanie się deficytu. Innymi słowy jest on niezgodny z twierdzeniem, że w podokresie 2008–2013 doszło do gwałtownego wzrostu deficytu z powodu pogorszenia koniunktury gospodarczej.

Brak istotności stopy wzrostu PKB może być rezultatem współliniowości zmiennych objaśniających, prowadzącej do wyeliminowania statystycznie istotnego czynnika. Za pomocą funkcji „korelacja” z pakietu Analizy programu Excel obliczono zatem współczynniki korelacji między zmiennymi objaśniającymi i wyniki przedstawiono w tabeli 8.

Współczynniki korelacji podane w tabeli 8 dla stopy wzrostu PKB i pozostałych czynników (zaznaczone wytłuszczonym drukiem) kształtują się na niskim poziomie. Nie ma zatem uzasadnienia, żeby tę zmienną objaśniającą usunąć z modelu ekonometrycznego z powodu jej współliniowości z innymi. Końcowy wniosek jest taki, że stopa wzrostu PKB nie jest zmienną istotną dla określenia zmiennej objaśnianej, jaką jest deficyt.

5. Testowanie zjawiska autokorelacji składnika losowego pierwszego rzędu

Aby uniknąć niebezpieczeństwa narażenia się na zaistnienie regresji pozornej, posłużono się testem Durбина-Watsona. W tabeli 9 podano wartość statystyki Durбина-Watsona dla dwóch modeli.

Tabela 9. Test Durбина-Watsona

Wyszczególnienie	Wartość	
	Model z dwoma zmiennymi, $n = 11$	Model z pięcioma zmiennymi, $n = 11$
DW	1,877	1,610
Wartość p	0,547	0,366
Poziom istotności	0,05	0,05
d_l	0,758	0,316
d_u	1,604	2,645

Źródło: opracowanie własne na podstawie obliczeń wartości statystyki DW i wartości p dokonanych w programie statystycznym Xstat; wartości graniczne statystyki DW podano za [Savin i White 1977, s. 1994].

W programie Xstat testuje się hipotezę zerową, czy nie występuje autokorelacja składnika losowego. Hipoteza jest sprawdzana na podstawie porównania wartości p i poziomu istotności. Stwierdza się, że ponieważ w obydwu modelach wartość p jest większa od poziomu istotności, hipoteza zerowa nie może

być odrzucona. Za pomocą testu Durбина-Watsona potwierdzono, że nie ma autokorelacji składnika losowego, czyli nie zachodzi niebezpieczeństwo regresji pozornej. Program Xstat nie oblicza współczynnika korelacji seryjnej reszt i nie można testować hipotezy zerowej za pomocą porównania wartości statystyki DW z R^2 i odrzucać hipotezy zerowej, gdy DW jest mniejsze od R^2 [Podolec i Ulman 2008, s. 18]. Jednak nawet bez obliczenia współczynnika korelacji seryjnej reszt wówczas, gdy $DW > 1$, a taki przypadek zachodzi w obydwu modelach, można stwierdzić, że nie jest możliwe zajście przypadku $DW < R^2$, czyli nie jest spełniony warunek odrzucenia hipotezy zerowej i przyjęcia hipotezy przeciwnej.

Istnieje również inny sposób sprawdzania hipotezy zerowej [Maddala 2013, s. 288; Welfe 2009, s. 109–113]. Dla danej liczby zmiennych objaśniających i obserwacji z tablicy rozkładu Durбина-Watsona odczytuje się dolne i górne wartości krytyczne. Określają one przedział, dla którego nie można stwierdzić występowania autokorelacji. Wartość tej statystyki dla obydwu modeli podana w tabeli 9 jest mniejsza od 2. Jeżeli w tej sytuacji DW jest większe od d_u , to nie występuje autokorelacja składnika losowego. Taki przypadek zachodzi dla modelu z dwoma zmiennymi objaśniającymi, nie ma zatem niebezpieczeństwa regresji pozornej. Dla modelu z pięcioma zmiennymi objaśniającymi DW mieści się w przedziale, dla którego nie można rozstrzygnąć, czy występuje autokorelacja².

6. Podsumowanie

Cel postawiony w artykule został osiągnięty. Zbudowano i sprawdzono dwa modele dynamiczne deficytu, uwzględniające czynnik czasu w formie jednookresowych opóźnień między zmiennymi objaśniającymi a zmienną objaśnianą.

W pierwszym modelu były dwie zmienne objaśniające – stopa inflacji i stopa wzrostu deficytu. Model ten wyjaśnił 80% zmienności deficytu. Sprawdzenie modelu dla poziomu istotności 0,05 za pomocą testu F , testu t -Studenta, wartości p oraz korelacji między zmiennymi objaśniającymi wykazało, że można było odrzucić hipotezę zerową o nieistotności czynników objaśniających i w jej miejsce przyjąć hipotezę, że są to czynniki istotne dla wyjaśnienia zmienności zmiennej objaśnianej.

W drugim modelu dodano do zmiennych objaśniających pierwszego modelu stopę wzrostu PKB, przyspieszenie deficytu i deficyt. Zastosowanie dodatkowych zmiennych objaśniających podniosło współczynnik determinacji deficytu z 80%

² Zastosowanie testu Durбина-Watsona do sprawdzenia autokorelacji w modelu z pięcioma zmiennymi objaśniającymi ma tylko poznawcze znaczenie, bowiem badanie tego modelu wykazało, że dodane do modelu z dwoma zmiennymi objaśniającymi trzy dodatkowe zmienne objaśniające są nieistotne.

do 90%. Niestety sprawdzenie modelu dla poziomu istotności 0,05 za pomocą testu *t*-Studenta i wartości *p* potwierdziło hipotezę zerową dla stopy wzrostu PKB, przyspieszenia deficytu i deficytu. Te zmienne objaśniające okazały się nieistotne dla wyjaśnienia zmienności deficytu.

Najbardziej zaskakujące jest odkrycie, że stopa wzrostu PKB nie jest zmienną istotną. Wynik ten nie potwierdził twierdzenia, że w podokresie 2008–2013 doszło do gwałtownego wzrostu deficytu z powodu pogorszenia koniunktury gospodarczej.

Aby sprawdzić, czy istnieje niebezpieczeństwo zaistnienia regresji pozornej, posłużono się testem Durбина-Watsona. Na podstawie wartości tej statystyki dla modelu z dwoma zmiennymi objaśniającymi stwierdzono, że hipoteza zerowa mówiąca, że nie ma autokorelacji składnika losowego, nie może być odrzucona.

Dla pierwszego modelu określono ilościowe zależności między zmienną objaśnianą a zmiennymi objaśniającymi i model wykazał dobre dopasowanie do rzeczywistości. Otrzymane wyniki zachęcają do dalszych badań. Po pierwsze, powinny one zmierzać do rozbudowania modelu pierwszego o nowe, istotne zmienne objaśniające i podniesienia współczynnika determinacji. Po drugie, należałoby dla szeregów czasowych zbadać zjawisko kointegracji [Maddala 2013, s. 622–642; Welfe 2009, s. 372–391] oraz zbadać przyczynowość w sensie Grangera [Osińska 2008].

Literatura

- Ciak J. [2012], *Źródła finansowania deficytu budżetu państwa w Polsce*, CeDeWu, Warszawa.
- Czerwiński Z. [2011], *Matematyka na usługach ekonomii*, PWN, Warszawa.
- Eurostat [2014], *Government deficit/surplus, debt and associated data*, aktualizacja: 24.04.2014, <http://appsso.eurostat.ec.europa.eu/nui/submitViewTableAction.do>, dostęp: 25.04.2014.
- GUS [2014a], *Część III. Roczne wskaźniki makroekonomiczne. Deficyt/nadwyżka i dług sektora instytucji rządowych i samorządowych*, aktualizacja: 18.04.2014, stat.gov.pl/wskaźniki-makroekonomiczne, dostęp: 20.04.2014.
- GUS [2014b], *Tablica 16. PKB i wartość dodana brutto w latach 2000–2006, ceny bieżące*, http://stat.gov.pl/cps/rde/xbcr/gus/rachunki_kw_pkb_2000_2006.pdf, dostęp: 20.04.2014.
- Finanse publiczne* [2011], red. T. Juja, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, Poznań.
- Guziejewska B. [2012], *Finanse publiczne wobec wyzwań globalizacji*, Poltext, Warszawa.
- Inflacja w Polsce w latach 1950–2013* [2014], <http://24finanse.pl/2010/12/inflacja-w-polsce-w-latach-1950-2013/>, dostęp: 20.02.2014.
- Jajko B. [2008], *Dług publiczny a równowaga fiskalna*, CeDeWu, Warszawa.
- Lubińska T. [2011], *Zarządzanie dochodami publicznymi w okresie kryzysu finansów publicznych* [w:] *Finanse – nowe wyzwania teorii i praktyki. Finanse publiczne*,

- red. L. Patrzalek, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław.
- Maddala G.S. [2013], *Ekonometria*, PWN, Warszawa.
- Marchewka-Bartkowiak K. [2011], *Zarządzanie długiem skarbu państwa. Implikacje dla sfery euro*, Difin, Warszawa.
- Moździerz A. [2009], *Nierównowaga finansów publicznych*, PWE, Warszawa.
- Osińska M. [2008], *Ekonometryczna analiza zależności przyczynowych*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
- Owsiak S. [2011], *Stabilność systemu zasilania finansowego a nowatorskie zarządzanie podmiotami publicznymi w warunkach kryzysu* [w:] *Nowe zarządzanie finansami publicznymi w warunkach kryzysu*, red. S. Owsiak, PWE, Warszawa.
- Owsiak S. [2013], *Finanse publiczne. Teoria i praktyka*, PWN, Warszawa.
- Podolec B., Ulman P. [2008], *Modele regresyjne w analizie wydatków gospodarstw domowych*, red. J. Kurkiewicz, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, nr 790, Kraków.
- Próchnicki L. [2011], *Rola deficytu budżetowego w gospodarce – retrospekcja historyczna* [w:] *Zarządzanie długiem publicznym. Aspekty finansowe i płynnościowe*, red. E. Denek, B. Filipiak, Zeszyty Naukowe WSB w Poznaniu nr 36/2011, Poznań.
- Savin N.E., White K.J. [1977], *The Durbin-Watson Test for Serial Correlation with Extreme Sample Sizes or Many Regressors*, „Econometrica”, vol. 45, nr 8.
- Sektor finansów publicznych w warunkach światowego kryzysu finansowego* [2011], red. A. Alińska, CeDeWu, Warszawa.
- Uryszek T. [2010], *Dług skarbu państwa jako źródło finansowania deficytu budżetowego*, Difin, Warszawa.
- Welfe A. [2009], *Ekonometria. Metody i ich zastosowania*, PWE, Warszawa.
- Wernik A. [2011], *Finanse publiczne*, PWE, Warszawa.
- Ziółkowska W. [2011], *Dług publiczny a dochody i wydatki sektora general government oraz wzrost gospodarczy w Unii Europejskiej* [w:] *Zarządzanie długiem publicznym. Aspekty finansowe i płynnościowe*, red. E. Denek, B. Filipiak, Zeszyty Naukowe WSB w Poznaniu nr 36/2011, Poznań.
- Ziółkowska W. [2012], *Finanse publiczne. Teoria i zastosowanie*, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Bankowej, Poznań.

An Econometric Model of General Government Deficit

The purpose of the article is to determine the quantitative relationship between the dependent variable, which is the general government deficit, and the explanatory variables using two dynamic econometric models. For the first model, the rate of inflation and the rate of deficit growth explained 80% of the variability in the deficit. When the model was tested at a significance level of 0.05 using an *F*-test, *t*-test, *p*-values and the correlation between the explanatory variables it was shown that these independent variables were significant. Three explanatory variables were added in the second model: GDP growth rate, deficit acceleration and deficit. As a result of this change, the coefficient of determination rose to 90%. Testing the model at a significance level of 0.05 showed that the added explanatory variables were not significant. The insignificance of the GDP growth rate as an explanatory variable for the deficit did not confirm the claim that in

the 2008–2013 sub-period there was a sharp increase in the deficit due to the economic downturn. It was found, based on the Durbin-Watson statistics value for a model with two explanatory variables, that the null hypothesis that there is no autocorrelation of residuals could not be rejected.

Keywords: econometric model, multiple linear regression, general government deficit, deficit growth rate, inflation rate.