

*Magdalena Okupniak*

Studia Doktoranckie Wydziału Informatyki  
i Gospodarki Elektronicznej  
Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

# Zastosowanie analizy blokowej w badaniu struktury polskich przedsiębiorstw

## Streszczenie

Analiza układu bloków była dotąd stosowana w obszarach związanych z rolnictwem, biologią, medycyną, inżynierią bądź fizyką. W przeprowadzonym badaniu podjęto próbę przeniesienia metody analizy układu bloków na grunt ekonomii. Z tego względu głównym celem artykułu jest przedstawienie wyników analizy układu bloków w badaniu struktury i zależności zachodzących pomiędzy podstawowymi wielkościami dotyczącymi przedsiębiorstw w Polsce. Analizie poddano takie zmienne, jak liczba przedsiębiorstw, liczba pracowników czy przychody przedsiębiorstw, o których informacje zaczerpnięto z publikacji GUS pt. *Działalność przedsiębiorstw niefinansowych w Polsce w 2010 roku*.

**Słowa kluczowe:** analiza wewnątrzblokowa, analiza międzyblokowa, przedsiębiorstwo niefinansowe, analiza blokowa.

## 1. Wprowadzenie

Rozwijająca się – w ostatnim czasie w sposób bardzo widoczny – dziedzina statystyki stosowanej, w szczególności dotycząca oceny działalności przedsiębiorstw, umożliwiła pomiar i odpowiednią charakterystykę rozwoju działalności gospodarczej kraju. Co więcej, źródłem wielu przedsięwzięć i projektów samorządowych stały się cele stawiane statystyce gospodarczej przez Radę

Europejską. Im również podporządkowana została publikacja zawierająca podstawowe definicje i wskazówki metodologiczne z zakresu *business demography* [Eurostat – OECD Manual... 2007]. Sformułowane w niej wskaźniki służą syntetycznej ocenie gospodarki na poziomie kraju, zatrudnienia, ochrony środowiska, edukacji oraz kwestii społecznych i regionalnych, co umożliwia dokonywanie porównań między krajami Unii Europejskiej. Zarówno w Polsce, jak i w innych krajach Wspólnoty prowadzone są badania, których celem jest zaproponowanie metodyki pozwalającej na dostarczenie informacji z zakresu statystyki gospodarczej na niskim poziomie agregacji. Niniejszy artykuł nawiązuje do tego nurtu badań. Jego celem jest przeanalizowanie zależności pomiędzy takimi zmiennymi, jak liczba przedsiębiorstw, liczba pracowników i przychody przedsiębiorstw, a zmiennymi charakteryzującymi rodzaj prowadzonej działalności, klasę wielkości przedsiębiorstwa, województwo. Do realizacji tak sformułowanego celu zaproponowano wykorzystanie stosunkowo rzadko stosowanej metody analizy blokowej, która dotąd najczęściej wykorzystywana była w obszarach związanych z rolnictwem, biologią czy medycyną [Oktaba 1974].

## 2. Ogólne założenia metody

Głównym założeniem analizy blokowej jest posiadanie danych dla jednostek eksperymentalnych, które można podzielić na  $b$  grup (bloków) tak, by zawarte w nich jednostki jak najmniej różniły się między sobą w obrębie danej grupy. Przyjmuje się, że każdy blok zawiera  $k_j$  jednostek ( $j = 1, \dots, b$ ). Na tak przygotowanych danych stosowanych jest  $v$  obiektów, które zostały losowo przypisane do poszczególnych jednostek eksperymentalnych. Każdy z obiektów pojawia się w badaniu (jest replikowany)  $r_i$  razy ( $i = 1, \dots, v$ ) [Raghavarao i Padgett 2005]. Warto zwrócić uwagę na to, że obiektami mogą być zarówno różne czynniki, jak i poziomy jednego stosowanego czynnika.

Zapis formalny modelu doświadczenia można przedstawić następująco:

$$Y = \mu \mathbb{1}_n + \mathbf{\Delta}' \underline{\tau} + \mathbf{D} \underline{\beta}' + \varepsilon, \quad (1)$$

gdzie:

- $Y$  – wartość badanej zmiennej,
- $\mu$  – średnia ogólna,
- $\underline{\tau}$  – wektor efektów obiektowych,
- $\underline{\beta}$  – wektor efektów blokowych,
- $\varepsilon$  – wektor błędów losowych,

$\mathbf{\Delta} = (\delta_{is})$ , gdzie dla  $s$ -tej obserwacji ( $s = 1, \dots, n$ ) mamy:

$$\delta_{is} = \begin{cases} 0 & s\text{-ta obserwacja nie jest związana z obiektem } i, \\ 1 & s\text{-ta obserwacja dotyczy } i\text{-tego obiektu.} \end{cases}$$

$D = (\gamma_{js})$ , gdzie dla  $s$ -tej obserwacji ( $s = 1, \dots, n$ ) mamy:

$$\gamma_{js} = \begin{cases} 0 & s\text{-ta obserwacja nie pochodzi z } j\text{-tego bloku,} \\ 1 & s\text{-ta obserwacja pochodzi z } j\text{-tego bloku.} \end{cases}$$

Warto zwrócić uwagę na to, że w doświadczeniu prowadzonym metodą układu bloków nie zachodzi interakcja między efektem blokowym a efektem obiektowym. Ponadto w metodzie tej normalność rozkładu badanej cechy nie jest wymagana, a o błędach losowych  $\varepsilon$  zakładamy, że:

- 1)  $\varepsilon$  jest wektorem nieskorelowanych błędów losowych,
- 2)  $\varepsilon \sim N(0_n, \sigma^2 I_n)$ .

Własności wielowymiarowego rozkładu normalnego zostały szeroko omówione w publikacji [Krzyśko 2011].

Wprowadzenie pojęć właściwych dla analizy wewnątrz- i międzyblokowej wymaga zdefiniowania pojęcia kontrastu. Przez kontrast będziemy rozumieć liniową funkcję parametryczną  $\ell' \underline{\rho}$  wektora  $\underline{\rho} = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_d]$ , jeśli  $\ell' \mathbb{1}_d = 0$ . Kontrast nazywamy kontrastem elementarnym, jeśli  $\ell$  ma tylko dwa niezerowe elementy i są one równe  $-1$  i  $1$  [Raghavarao i Padgett 2005].

### 3. Analiza wewnątrzblokowa

Metoda ta ma na celu eliminację efektu podziału jednostek eksperymentalnych na bloki i odpowiedź na pytanie, czy efekty pochodzące z zastosowanych (rozważanych) obiektów mają wpływ na wyniki doświadczenia. Z uwagi na fakt, że każdy parametr z osobna nie jest estymowalny, to analizowany jest poniższy układ hipotez dotyczący ich kontrastów:

$$\begin{aligned} H_0: \tau_1 - \tau_v &= \tau_2 - \tau_v = \dots = \tau_{v-1} - \tau_v = 0, \\ H_1: &\sim H_0. \end{aligned} \quad (2)$$

Powołując się na następujące twierdzenie [Raghavarao i Padgett 2005], możemy łatwo określić rząd macierzy  $C$ , która odgrywa główną rolę w obliczaniu wartości statystyki testowej Walda weryfikującej układ hipotez (2): wszystkie elementarne kontrasty efektów obiektowych są estymowalne wtedy i tylko wtedy, gdy  $rz(C) = v - 1$ .

Statystyka Walda określona jest następującym wzorem [Raghavarao i Padgett 2005]:

$$F = \frac{\frac{Q' C^{-1} Q}{v-1}}{\frac{R_0^2}{n-b-v+1}}, \quad (3)$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
 C &= R - NK^{-1}N', \\
 C^- &\text{ oznacza } g\text{-odwrotność macierzy } C, \\
 Q &= T - NK^{-1}B, \\
 R_0^2 &= SS_T - SS_B - SS_{T|B}, \\
 K &= \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_b), \\
 R &= \text{diag}(r_1, r_2, \dots, r_v), \\
 B &= (B_1, \dots, B_b)', \text{ gdzie } B_j = \sum_{i=1}^v Y_{ij}, \\
 T &= (T_1, \dots, T_v)', \text{ gdzie } T_i = \sum_{j=1}^b Y_{ij}.
 \end{aligned}$$

Macierz  $N$  jest macierzą incydencji wymiarów  $v \times b$ .

#### 4. Analiza międzyblokowa

Badanie prowadzone tą metodą ma na celu eliminację efektu pochodzącego z zastosowania danego obiektu i rozważenie problemu, czy podział jednostek na możliwie jednorodne grupy wpływa na wyniki doświadczenia. Ze względu na fakt, że parametry efektów blokowych nie są estymowalne z osobna, analizowany jest poniższy układ hipotez dotyczący ich kontrastów:

$$\begin{aligned}
 H_0: \beta_1 - \beta_b = \beta_2 - \beta_b = \dots = \beta_{b-1} - \beta_b = 0, \\
 H_1: \sim H_0.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Powołując się na następujące twierdzenie [Raghavarao i Padgett 2005], możemy łatwo określić rząd macierzy  $D^*$ , która odgrywa ważną rolę w wyznaczaniu wartości statystyki testowej Walda, służącej do weryfikacji układu hipotez (4): wszystkie elementarne kontrasty efektów blokowych są estymowalne wtedy i tylko wtedy, gdy  $\text{rz}(D^*) = b - 1$ .

Statystyka Walda dla analizy międzyblokowej opisana jest następującym wzorem [Raghavarao i Padgett 2005]:

$$F = \frac{\frac{P(D^*)^- P}{b-1}}{\frac{R_0^2}{n-b-v+1}}, \tag{5}$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
 D^* &= K - NR^{-1}N, \\
 (D^*)^- &\text{ oznacza } g\text{-odwrotność macierzy } D^*,
 \end{aligned}$$

$$P = B - NR^{-1}T,$$
$$R_0^2 = SS_T - SS_{Tr} - SS_{B|Tr}.$$

## 5. Schemat i wyniki przeprowadzonego badania

Jednym z najważniejszych źródeł informacji, na podstawie których można dokonać oceny zmian sytuacji gospodarczej kraju, są wyniki badań prowadzonych w ramach statystyki publicznej. Z perspektywy prowadzonego badania warto zwrócić uwagę na bogate źródło informacji, jakim jest Bank Danych Lokalnych Głównego Urzędu Statystycznego, a także szereg publikacji w zakresie problematyki podmiotów gospodarczych, ich wyników finansowych, rynku pracy czy wynagrodzeń. Źródła te zawierają informacje opracowane na podstawie sprawozdawczości statystycznej czy badań szczegółowo wymienionych w *Programie badań statystycznych statystyki publicznej* (zob. np. [Rozporządzenie Rady Ministrów z dnia 9 sierpnia 2013 r. ...]) publikowanego na każdy rok kalendarzowy przez Radę Ministrów RP. W niniejszym artykule wykorzystano dane zawarte w publikacji GUS [*Działalność przedsiębiorstw niefinansowych...* 2011]. Opracowanie zawiera m.in. wyniki oszacowane na podstawie reprezentacyjnego badania mikroprzedsiębiorstw prowadzonego na podstawie formularza SP-3 (sprawozdania o działalności gospodarczej przedsiębiorstw). Dodatkowo w publikacji prezentowane są wyniki pełnego badania przedsiębiorstw zatrudniających co najmniej 10 osób, zbierane na podstawie sprawozdania SP (rocznej ankiety przedsiębiorstw) i F-01 (statystycznego sprawozdania finansowego). Przedmiotem niniejszego badania były przedsiębiorstwa niefinansowe, czyli podmioty zaklasyfikowane (niezależnie od liczby pracujących w nich osób) do odpowiednich sekcji ustalonych w ramach polskiej klasyfikacji działalności pochodzącej z 2007 r.

Celem przeprowadzonej analizy była weryfikacja hipotez zakładających istnienie zależności pomiędzy klasą wielkości przedsiębiorstwa bądź jego lokalizacją (uwzględniono przekrój województw) a wybranymi, podstawowymi charakterystykami działalności podmiotów gospodarczych, takimi jak liczba przedsiębiorstw, liczba pracowników czy przychody przedsiębiorstw.

Na potrzeby przeprowadzonego badania przyjęto następujące definicje dla zastosowanej metody:

### 1. Obiekty:

- a) klasy wielkości przedsiębiorstwa:
  - mikro (do 9 pracowników),
  - małe (od 10 do 49 pracowników),
  - średnie (od 50 do 249 pracowników),
  - duże (co najmniej 250 pracowników);

b) rodzaj działalności przedsiębiorstwa:

- przemysł,
- budownictwo,
- handel i naprawa pojazdów,
- transport i gospodarka magazynowa,
- zakwaterowanie i gastronomia,
- informacja i komunikacja,
- obsługa rynku nieruchomości,
- działalność profesjonalna, naukowa i techniczna,
- administrowanie i działalność wspierająca,
- edukacja,
- opieka zdrowotna i pomoc społeczna,
- kultura i rekreacja,
- pozostała działalność;

## 2. Bloki – województwa.

W analizie przyjęto następujące zmienne charakteryzujące przedsiębiorstwa:

- 1) liczba przedsiębiorstw,
- 2) liczba pracowników,
- 3) przychody przedsiębiorstw (w mln zł).

W wyniku przeprowadzonego badania, czyli dokonania analizy wewnątrz- i międzyblokowej dla liczby przedsiębiorstw oraz liczby pracowników przedsiębiorstwa w przekroju województw i rodzaju działalności przedsiębiorstwa oraz dla przychodów w przekroju województw i klasy wielkości przedsiębiorstwa, otrzymano szacunki, które przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Wyniki analizy blokowej dla przedsiębiorstw niefinansowych w Polsce w 2010 r.

Analiza wewnątrzblokowa				Analiza międzyblokowa			
$F$	wartość $p$	$df_1$	$df_2$	$F$	wartość $p$	$df_1$	$df_2$
Liczba przedsiębiorstw w przekroju województw i klasy wielkości przedsiębiorstwa							
39,076	0,000	3	45	1,12	0,367	15	45
Liczba przedsiębiorstw w przekroju województw i rodzaju działalności przedsiębiorstwa							
40,773	0,000	12	180	12,879	0,000	15	180
Liczba pracowników w przekroju województw i klasy wielkości przedsiębiorstwa							
35,133	0,000	3	45	15,451	0,000	15	45
Liczba pracowników w przekroju województw i rodzaju działalności przedsiębiorstwa							
24,788	0,000	12	180	8,616	0,000	15	180

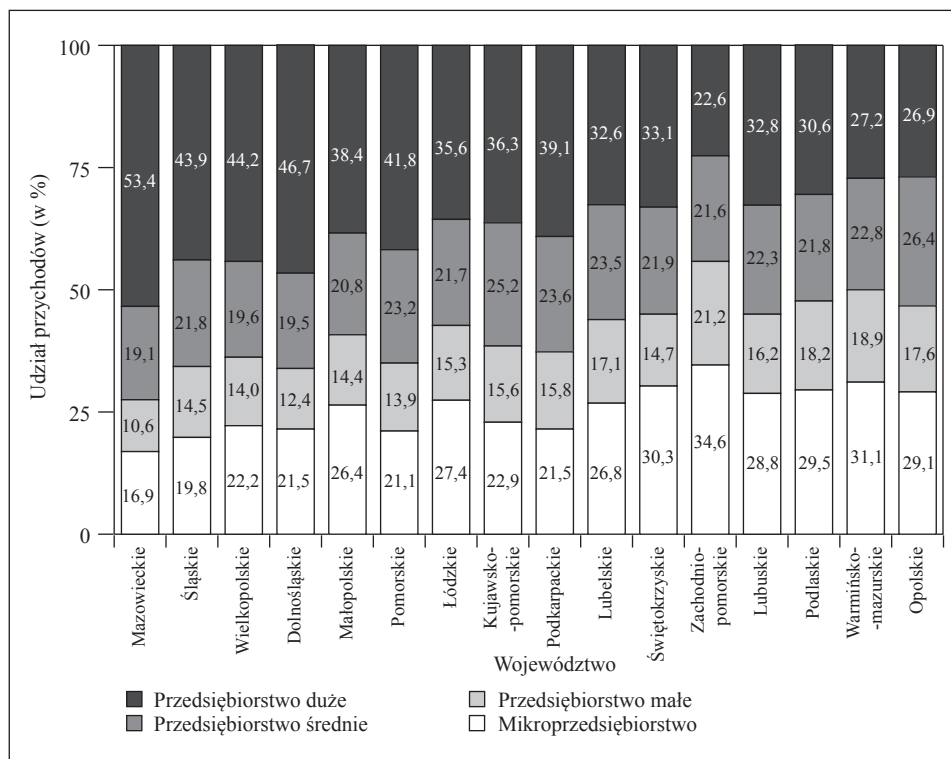
cd. tabeli 1

Analiza wewnątrzblokowa				Analiza międzyblokowa			
$F$	wartość $p$	$df_1$	$df_2$	$F$	wartość $p$	$df_1$	$df_2$
Przychody przedsiębiorstw w przekroju województw i klasy wielkości przedsiębiorstwa							
4,806	0,005	3	45	6,297	0,000	15	45

Objaśnienie: wartości  $df_1$  i  $df_2$  oznaczają liczbę stopni swobody dla statystyki  $F$ .

Źródło: opracowanie własne na podstawie [Działalność przedsiębiorstw niefinansowych... 2011].

Ze względu na wyróżniające się dwa województwa – zachodniopomorskie i opolskie – oraz główny cel maksymalizacji przychodów rozważany np. z punktu widzenia potencjalnych inwestorów na danym obszarze czy władz samorządu terytorialnego na szczególną uwagę zasługuje udział procentowy przychodów przedsiębiorstw według klasy wielkości przedsiębiorstwa i województwa (por. rys. 1).



Rys. 1. Procentowy udział przychodów przedsiębiorstw według klasy wielkości przedsiębiorstw i województw

Źródło: opracowanie własne na podstawie [Działalność przedsiębiorstw niefinansowych... 2011].

Przychody mikro- i małych przedsiębiorstw stanowią średnio 40% przychodów osiągniętych w danym województwie w przypadku działalności gospodarczej. Proporcje przychodów mikro-, małych i średnich przedsiębiorstw dla wszystkich województw są bardzo zbliżone. Przeciętnie 25% przychodów osiągają mikroprzedsiębiorstwa, 16% przychodów przedsiębiorstwa małe, a 21% – przedsiębiorstwa średnie.

## 6. Podsumowanie

Na podstawie wyników przeprowadzonej analizy blokowej (przyjmując w badaniu  $\alpha = 0,05$  poziom istotności) można sformułować następujące wnioski:

1. Istnieje zależność pomiędzy lokalizacją przedsiębiorstw w województwach a ich wielkością, która zmierzona została za pomocą liczby przedsiębiorstw. To z kolei oznacza, że liczba pracowników przedsiębiorstwa ma ścisły związek z liczbą podmiotów prowadzących działalność w danym województwie. Wyniki analizy wskazują ponadto, że lokalizacja danej firmy nie wpływa na zróżnicowanie liczby przedsiębiorstw pod względem klasy ich wielkości.

2. Na liczbę przedsiębiorstw w przekroju województw ma wpływ rodzaj prowadzonej działalności określonej w ramach polskiej klasyfikacji działalności. To może świadczyć o rozwoju poszczególnych gałęzi działalności gospodarczej w zależności od regionu.

3. Lokalizacja przedsiębiorstwa w danym województwie wpływa na liczbę pracowników przedsiębiorstwa w przekroju rodzaju działalności przedsiębiorstwa.

4. Na liczbę pracowników przedsiębiorstwa w przekroju województw wpływa rodzaj prowadzonej działalności. Świadczy to o sytuacji, w której zarówno pracujący, jak i poszukujący pracy muszą dostosowywać swoje kompetencje do rodzaju działalności firmy funkcjonującej na danym terenie.

5. Badanie potwierdza intuicyjne założenie, że klasa wielkości przedsiębiorstwa wpływa na jego dochody. Ponadto na podstawie przeprowadzonego badania można stwierdzić istotne różnice w zakresie osiągniętych dochodów wynikające z położenia podmiotu gospodarczego.

6. Analizując rys. 1, można łatwo zauważyć zbliżony udział średnich i dużych przedsiębiorstw w przychodach województw. Przykładem mogą być województwa zachodniopomorskie i opolskie. Ponadto w wymienionych województwach przychody mikroprzedsiębiorstw przewyższają osiągnięcia dużych przedsiębiorstw, a działalność dużych przedsiębiorstw generuje najmniejsze przychody.



## Literatura

- Działalność przedsiębiorstw niefinansowych w Polsce w 2010 roku* [2011], GUS, Warszawa.
- Eurostat – OECD Manual on Business Demography Statistics. Methodologies and Working Papers* [2007], European Communities, OECD, Luxembourg.
- Krzyśko M. [2011], *Wielowymiarowa analiza statystyczna*, Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu, Poznań.
- Oktaba W. [1974], *Elementy statystyki matematycznej i metodyka doświadczalnictwa*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Raghavarao D., Padgett L.V. [2005], *Block Designs*, World Scientific, Singapore.
- Rozporządzenie Rady Ministrów z dnia 9 sierpnia 2013 r. w sprawie programu badań statystycznych statystyki publicznej na rok 2014, Dz.U. z 2013 r., poz. 1159.

## Application of Block Analysis to the Study of Structure Polish Enterprises

(Abstract)

Intra- and interblock analysis has been used in agriculture, biology, medicine, engineering and the physical sciences. In this research I attempt to use block analysis in the field of economics, to examine the structure of Polish enterprises and the relationships that exist between them. The study was based on such variables as: number of enterprises, persons employed and revenues. Data came from a Central Statistical Office of Poland publication entitled *Activity of non-financial enterprises in 2010*.

**Keywords:** intrablock analysis, interblock analysis, non-financial company, block analysis.