

Andrzej Paliński

Katedra Informatyki Stosowanej
AGH w Krakowie

Teoria opcji i teoria gier. Porównanie narzędzi zarządzania ryzykiem kredytowym

Streszczenie

Celem artykułu jest sprawdzenie, czy modele teoretyczne wywodzące się z teorii opcji i teorii gier poprawnie wyznaczają oprocentowanie kredytów bankowych. W pierwszej kolejności wyliczono stopy procentowe z modelu opcyjnego opracowanego przez Moody's-KMV. Otrzymane w ten sposób stopy procentowe porównano z rzeczywistym oprocentowaniem kredytowym polskich spółek giełdowych. Okazuje się, że oprocentowanie teoretyczne jest przeważnie dużo niższe niż rzeczywiste. Następnie wykorzystano model wynikający z teorii gier i koncepcji wartości likwidacyjnej, aby z jego pomocą obliczyć w drodze symulacji Monte Carlo teoretyczne stopy procentowe. Okazało się, że w tym przypadku rozbieżność stóp teoretycznych od rzeczywistych jest również znaczna. Wydaje się, że polskie banki, ustalając stopy procentowe, kierują się wieloma czynnikami, nie tylko wartościami rynkowymi aktywów spółek i ich zmiennością.

Słowa kluczowe: bank, kredyt, stopa procentowa, zarządzanie ryzykiem.

1. Wprowadzenie

Wykorzystanie teorii opcji do określania ryzyka kredytowego [Merton 1974] znalazło zastosowanie w modelach strukturalnych, w szczególności w modelu Moody's-KMV. Takie podejście jest traktowane jako nowoczesna metoda zarządzania ryzykiem wykorzystująca wartości rynkowe aktywów i pasywów oraz ich zdolność do generowania dochodów. Model Moody's-KMV został jednak

stworzony głównie z myślą o rynku amerykańskim, w którym finansowanie podmiotów gospodarczych odbywa się w dużym stopniu poprzez giełdę papierów wartościowych (model anglosaski).

Problemem staje się przeniesienie modelu opcyjnego do krajów, w których finansowanie podmiotów gospodarczych odbywa się w większym stopniu poprzez banki (model niemiecki, do którego należy także Polska). Opracowana przez Moody's-KMV metoda wyznaczania wartości aktywów firm i ich zmienności dla podmiotów nienotowanych na giełdzie jest krytykowana za zbyt dużą arbitralność [Crouhy, Galai i Mark 2000] i nie powinna być stosowana w warunkach polskich [Noetzel 2011].

Alternatywną propozycją jest wykorzystanie wartości likwidacyjnej aktywów kredytobiorcy (zob.: [Benmelach, Garmaise i Moskowitz 2005, Benmelech i Bergman 2008, Paliński 2013c]) i modelu wynikającego z teorii gier [Paliński 2013a, 2013b] do numerycznego wyznaczenia rozkładu spłaty kredytu. Szacowanie wartości likwidacyjnej może być w praktyce obciążone równie dużą dozą dowolności, jak wyznaczanie wartości aktywów podmiotów nienotowanych na giełdzie. Posiadanie przez banki dostatecznie dużych baz danych historii kredytowych i kwot odzyskiwanych w wyniku restrukturyzacji zadłużenia lub niewypłacalności może tę dowolność częściowo zredukować.

Celem niniejszego artykułu jest sprawdzenie czy stopy procentowe zadłużenia kredytowego spółek giełdowych wyznaczone z modelu Moodys-KMV są zbliżone z rzeczywistym oprocentowaniem kredytów bankowych dla tych spółek. Ponadto celem artykułu jest zbadanie, czy model wykorzystujący teorię gier i wartość likwidacyjną w lepszym stopniu wyznacza oprocentowania kredytów bankowych niż model opcyjny. Wykorzystanie w artykule stóp procentowych bierze się stąd, że wartość stopy procentowej zawierająca premię na ryzyko jest pośrednią miarą oceny ryzyka kredytowego wyznaczonego przez bank.

W pkt 2 artykułu obliczono stopy procentowe dla kredytów bankowych z wykorzystaniem modelu Moody's-KMV i porównano je z rzeczywistym zagregowanym oprocentowaniem kredytów bankowych wybranych polskich spółek giełdowych, a następnie w pkt 3 dokonano próby wyliczenia oprocentowania kredytów bankowych z użyciem teorii gier i modelu symulacyjnego.

2. Model Moody's-KMV dla kredytów bankowych polskich spółek giełdowych

Punktem wyjścia modeli strukturalnych zarządzania ryzykiem kredytowym stało się potraktowanie kredytu jako opcji kupna na aktywa przedsiębiorstwa, w której ceną wykonania jest wartość nominalna zadłużenia. Prekursorem

takiego potraktowania kredytu był R. Merton [1974]. W modelu Mertona wypłata dla właściciela kapitału wynosi

$$E_T = \max[A_T - D, 0], \quad (1)$$

gdzie:

- E_T – wartość kapitału własnego w momencie T ,
- A_T – wartość aktywów przedsiębiorstwa w momencie T ,
- D – wartość księgowa zadłużenia.

Wypłata ta jest równoważna wypłacie posiadacza opcji kupna na aktywa spółki. Wartość kapitału spółki jest równa

$$E_0 = A_0 N(d_1) - De^{-rT} N(d_2), \quad (2)$$

gdzie:

- E_0 – wartość kapitału przedsiębiorstwa w momencie udzielania kredytu,
- A_0 – wartość aktywów przedsiębiorstwa w momencie udzielania kredytu,
- $N(d_i)$ – wartość dystrybuanty standaryzowanego rozkładu normalnego, gdzie $i = 1, 2$ oraz

$$d_1 = \frac{\ln(A_0 e^{rT} / D)}{\sigma_A \sqrt{T}} + 0,5 \sigma_A \sqrt{T}; \quad d_2 = d_1 - \sigma_A \sqrt{T}, \quad (3)$$

gdzie:

- σ_A – zmienność wartości aktywów firmy,
- r – stopa procentowa wolna od ryzyka.

Przekształcając ze względu na wartość zadłużenia B , w momencie udzielania kredytu mamy [Zarządzanie ryzykiem 2008]

$$B = De^{-rT} [1/d N(-d_1) + N(d_2)], \quad (4)$$

gdzie:

$$d = De^{-rT} / A_0,$$

$$d_1 = -\frac{\ln(d)}{\sigma_A \sqrt{T}} - 0,5 \sigma_A \sqrt{T}; \quad d_2 = d_1 - \sigma_A \sqrt{T}.$$

Zmienność wartości aktywów i kapitału powiązane są następująco [Hull, Nelken i White 2003]:

$$\sigma_E = \frac{\sigma_A N(d_1)}{N(d_1) - dN(d_2)}. \quad (5)$$

Próba równoczesnego rozwiązania równań może prowadzić do błędnych wyników, stąd Moody's-KMV (dalej: MKMV) stosuje podejście iteracyjne [Crosbie i Bohn 2003]. Z powyższego modelu można otrzymać wprost marżę kredytową ponad stopę wolną od ryzyka:

$$r = -1/T \ln[1/d N(-d_1) + N(d_2)]. \quad (6)$$

W celu sprawdzenia adekwatności modelu MKMV do wyznaczania oprocentowania kredytów bankowych wykorzystano dane dotyczące 34 polskich spółek notowanych na GPW w Warszawie należących do czterech branż: przemysł elektromaszynowy, budownictwo, informatyka i przemysł spożywczy. Dane pochodzą ze zweryfikowanych jednostkowych sprawozdań finansowych spółek za lata 2006–2010 oraz notowań giełdowych umieszczonych na stronach internetowych portalu Money.pl. Szczególnie ważne znaczenie mają dane dotyczące oprocentowania kredytów bankowych zaciągniętych przez spółki. Dzięki tym informacjom, publikowanym przez przeciętnie co czwartą spółkę, możliwe było wyznaczenie dla każdej z badanych spółek uśrednionego rzeczywistego oprocentowania kredytu bankowego ważonego wartością księgową zadłużenia. Następnie oprocentowanie sprowadzono do wartości realnych po odjęciu średniorocznych stóp inflacji. Zagregowana stopa procentowa zadłużenia kredytowego liczona jest następująco:

$$\bar{r}_{it} = \sum_k w_{itk} r_{itk} - r_{0t}, \quad (7)$$

gdzie:

\bar{r}_{it} – średnia realna stopa procentowa zadłużenia kredytowego spółki i w roku t ,
 w_{itk} – udział zadłużenia z tytułu kredytu k w całkowitym zadłużeniu kredytowym i -tej spółki na koniec roku t ,

r_{itk} – stopa procentowa od kredytu k spółki i w roku t ,

r_{0t} – średnioroczna stopa inflacji w roku t .

Równocześnie obliczono teoretyczne stopy procentowe kredytów bankowych z modelu MKMV. Wykorzystano w tym celu miesięczne stopy zwrotu i ich odchylenia standardowe z okresów 2-letnich. Roczne odchylenie standardowe uzyskano po pomnożeniu wartości miesięcznych przez pierwiastek z 12. Jako stopę wolną od ryzyka przyjęto wartość realną WIBOR3M po odjęciu średniorocznej inflacji. Stawka WIBOR3M w przypadku badanych spółek była najczęściej stosowaną stopą bazową, względem której banki nakładały swoje marże.

Kluczową kwestią było określenie księgowej wartości zadłużenia kredytowego w celu wyznaczenia dźwigni finansowej d . W modelu MKMV bierze się pod uwagę zadłużenie krótkoterminowe oraz połowę wartości zadłużenia długoterminowego. Model MKMV można uznać za w pełni odpowiedni w przypadku długu zaciąganego poprzez emisję papierów wartościowych. Celem niniejszego artykułu jest jednak wyznaczenie oprocentowania kredytu bankowego, który nie jest przedmiotem obrotu rynkowego, ale podlega znacznemu uprzywilejowaniu w polskim prawie. Ponadto banki zwykle ustanawiają prawne zabezpieczenia spłaty kredytu, najczęściej hipoteki i zastawy rejestrowe dające im pierwszeństwo

w zaspokajaniu roszczeń z oznaczonych składników majątku dłużnika. Spośród 34 badanych spółek tylko 2 z nich nie przedstawiły informacji na temat ustanowionych zabezpieczeń spłaty. W przypadku pozostałych 32 spółek tylko jedna z nich uzyskała kredyty bez zabezpieczenia spłaty, a inna – ustanowiła jedynie osobiste zabezpieczenia spłaty – weksle własne. Wszystkie pozostałe 30 spółek ustanowiło różnorodne rzeczowe i osobiste zabezpieczenia spłaty. Podstawowa charakterystyka badanych spółek zawarta jest w tabeli 1.

Tabela 1. Statystyki opisowe badanych 34 spółek w latach 2006–2010

Wyszczególnienie	Wartość średnia	Wartość minimalna	Wartość maksymalna	Odchylenie standardowe
Aktywa – wartość księgowa (tys. zł)	344 161	3 972	4 198 210	650 045
Umowy kredytowe (tys. zł)	88 445	177	1 100 000	208 011
Kapitalizacja (tys. zł)	424 446	7 457	4 882 780	754 034
Realna stopa procentowa zadłużenia kredytowego (pkt proc.)	2,86	0,44	7,40	136,1
Wskaźnik długu	0,42	0,07	1,05	0,17
ROA	0,051	-0,462	0,464	0,089
Wariancja stóp zwrotu z akcji	0,023	0,003	0,108	0,018

Źródło: opracowanie własne.

Biorąc pod uwagę uprzywilejowanie kredytów bankowych w stosunku do wiarytelności handlowych, jako szacunkową wartość zadłużenia kredytowego przyjęto sumę wartości księgowej całkowitego zadłużenie z tytułu kredytów bankowych oraz połowę wartości pozostałych zobowiązań. Tym samym uwzględniono potencjalną możliwość przejmowania składników majątku dłużnika w przypadku trudności płatniczych przez niektórych wierzycieli niebankowych.

Dla uniknięcia skomplikowanego podejścia iteracyjnego przy wyliczaniu wysokości marży kredytowej ze wzoru (6) w dalszej części artykułu zastosowano zaproponowane przez H. Byströma [2004] uproszczone rozwiązanie, w którym zakłada się, że $N(d_1)$ jest bliskie jeden, a także wykorzystuje się księgową wartość długu. Tym samym zmienność aktywów kredytobiorcy ze wzoru (5) przyjmuje uproszczoną wartość:

$$\sigma_A = \frac{\sigma_E E_0}{E_0 + D e^{-rT}}. \quad (8)$$

Podejście to nie daje dobrych wyników w przypadku wysokiej dźwigni finansowej i dużej zmienności [Wójciak i Wójcicka 2007], ale odniesieniu do badanych

spółek nie było takich przypadków (w większości przypadków $N(d_1)$ wahało się w przedziale od 0,99 do 1,0).

Realną stopę procentową z modelu MKMV uzyskano jako sumę realnej stopy WIBOR3M oraz wartości marży wyliczonej ze wzoru (6). Teoretyczną stopę procentową kredytów bankowych porównano z rzeczywistym oprocentowaniem kredytów bankowych badanych spółek. Łącznie otrzymano 110 par teoretycznych i rzeczywistych stóp procentowych. Wybrane wyniki zebrane są w tabeli 2, w której przedstawiono porównanie stóp procentowych dla maksymalnie dwóch lat dla każdej ze spółek.

Rozbieżność wyników jest zaskakująco duża. W zdecydowanej większości przypadków rzeczywiste oprocentowanie kredytów jest wyższe niż teoretyczne z modelu MKMV. Największa różnica pomiędzy rzeczywistymi stopami procentowymi a teoretycznymi wydaje się występować w przypadku spółek mniejszych: Relpol, B3System, One2One, czy Pemug. Niemniej nie jest to regułą – niezbyt duża rozbieżność występuje w niewielkiej spółce Hydrotor, podczas gdy znaczna rozbieżność ma miejsce w dużej spółce Kruszwica.

Weryfikacja związku rzeczywistych stóp oprocentowania kredytów bankowych z wartościami teoretycznymi z modelu MKMV przeprowadzona została za pomocą regresji liniowej. Otrzymany wynik potwierdza jedynie widoczną w tabeli 2 niezgodność stóp rzeczywistych z teoretycznymi. Model regresji przyjmuje postać:

$$\bar{r}_{it} = 0,695 r_{itMKMV} + 0,016, \quad (9)$$

gdzie: r_{itMKMV} – stopa procentowa zadłużenia kredytowego spółki i w roku t wyliczona z modelu MKMV.

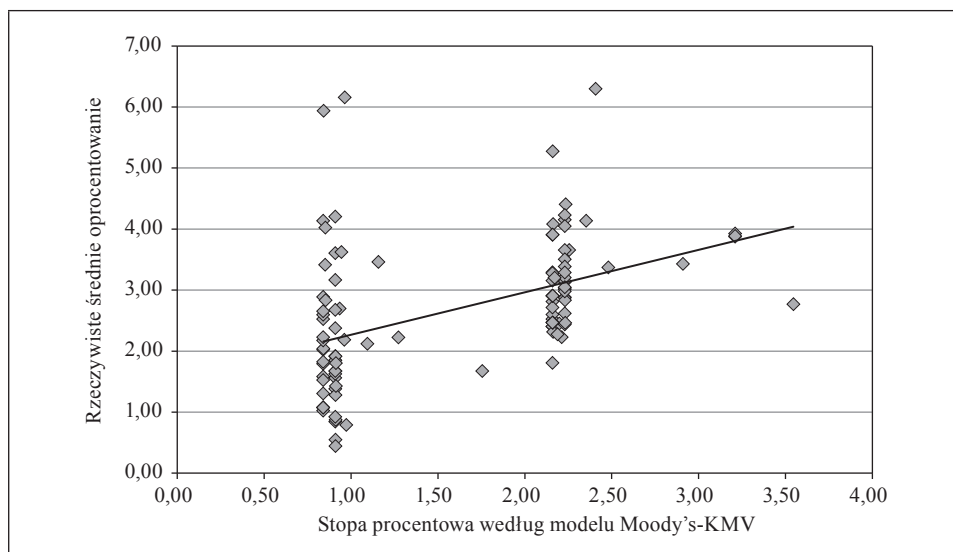
Oceny parametrów modelu są istotne statystycznie na poziomi 0,01, jednakże współczynnik determinacji R^2 wynosi 0,21, co wskazuje na niezbyt dobre wyjaśnienie wartości rzeczywistych kredytowych stóp procentowych przez model teoretyczny MKMV. Na rys. 1 przedstawiona jest zależność stóp rzeczywistych od teoretycznych wraz z linią regresji. Częściowe wyjaśnienie niezgodności modelu teoretycznego z rzeczywistym oprocentowaniem kredytów bankowych wynika z względnie niskiego ryzyka badanych spółek. Charakteryzują się one w większości przypadków niewysokim wskaźnikiem zadłużenia oraz umiarkowaną zmiennością. Model MKMV przypisuje takim spółkom zerową premię za ryzyko, stąd teoretyczna stopa procentowa jest równa stopie WIBOR3M, przyjętej w obliczeniach jako stopa wolna od ryzyka. Uwzględnienie całkowitego zadłużenia spółek, zamiast sumy kredytów i jedynie połowy pozostałych zobowiązań, daje bardzo podobne oceny parametrów równania regresji i współczynnik determinacji R^2 równy 0,22.

Tabela 2. Porównanie wybranych stóp procentowych zadłużenia wyliczonych z modelu Moody's-KMV z rzeczywistymi realnymi uśrednionymi rocznymi stopami oprocentowania zadłużenia kredytowego badanych spółek giełdowych

Spółka	Rok	MKMV ^a (%)	Oprocentowanie ^b	Spółka	Rok	MKMV ^a (%)	Oprocentowanie ^b
Apator	2010	0,84	1,07	Trakcja	2010	0,84	1,07
Apator	2009	0,91	0,84	Trakcja	2009	0,91	0,92
Bumech	2010	0,84	4,13	Asseco Poland	2009	0,91	1,84
Energoinstal	2010	0,84	1,02	Asseco Poland	2008	2,16	2,90
Energoinstal	2009	0,91	0,87	Comarch	2010	0,84	1,30
Hydrotor	2008	2,16	2,52	Comarch	2009	0,91	1,28
Hydrotor	2007	2,23	2,88	Atm	2010	0,84	2,59
Rafamet	2008	2,16	4,08	Atm	2009	0,91	3,16
Rafamet	2007	2,41	6,29	B3system	2010	0,84	5,93
Relpol	2010	0,84	2,88	B3system	2009	0,96	6,15
Relpol	2009	0,93	2,69	Elzab	2010	0,84	2,04
Warfama	2010	0,96	2,18	Elzab	2009	0,91	1,91
Warfama	2009	1,09	2,12	One2one	2010	0,85	4,02
Zelmer	2010	0,84	1,58	One2one	2009	0,95	3,62
Zelmer	2009	0,91	1,85	Quantum	2010	0,84	2,17
Elektrobudowa	2010	0,84	1,79	Quantum	2009	0,91	1,56
Elektrobudowa	2009	0,91	1,38	Qumak	2009	0,91	1,62
Energoaparatura	2009	0,91	2,67	Qumak	2008	2,16	3,15
Energoaparatura	2008	2,17	3,20	Unima	2010	0,84	1,82
Gastel Żurawie	2010	0,85	2,83	Unima	2009	0,91	1,67
Gastel Żurawie	2009	0,91	1,67	Kruszwica	2010	0,84	2,65
Mostostal Zabrze	2010	0,84	2,02	Kruszwica	2009	0,91	4,20
Mostostal Zabrze	2009	0,91	0,54	Mieszko	2010	0,84	1,52
Naftobudowa	2009	0,91	1,92	Mieszko	2009	0,91	1,43
Naftobudowa	2008	2,16	2,46	Mispol	2009	0,97	0,79
P.A. Nova	2010	0,84	2,52	Mispol	2008	2,21	2,22
P.A. Nova	2009	0,91	2,37	Pamapol	2010	1,27	2,22
Pemug	2009	0,91	3,60	Pamapol	2009	1,76	1,67
Pemug	2008	2,16	3,29	Pepees	2010	0,84	2,22
Polimex Mostost.	2010	0,84	1,07	Pepees	2009	0,91	1,80
Polimex Mostost.	2009	0,91	0,44	Pkm Duda	2010	0,85	3,41
Polimex Mostost.	2008	2,16	2,46	Pkm Duda	2009	1,16	3,46

^a stopa procentowa zadłużenia wyliczona z modelu Moody's-KMV, ^b rzeczywista realna średnia stopa procentowa zadłużenia kredytowego

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 1. Relacja realnego uśrednionego oprocentowania zadłużenia kredytowego spółek do oprocentowania wyznaczonego z modelu Moody's-KMV

Źródło: opracowanie własne.

Dodatkowo wyestymowane zostały parametry modelu efektów ustalonych dla danych panelowych, gdyż posiadana próba jest szeregiem przekrojowo-czasowym. Uzyskany współczynnik kierunkowy ma wartość zbliżoną do wartości współczynnika kierunkowego w modelu regresji liniowej dla danych traktowanych jako jednorodna próba i wynosi 0,769. Skorygowany współczynnik determinacji R^2 jest natomiast wysoki i wynosi 0,72, co świadczy o bardzo dobrym dopasowaniu modelu do danych empirycznych. Oznacza to jednak, że główne czynniki wpływające na stopę oprocentowania kredytów bankowych zawarte są w stałych charakteryzujących efekty indywidualne poszczególnych spółek i tak naprawdę nie zostały wyjaśnione przez model. To znaczy, że banki przy wyznaczaniu oprocentowania kredytów uwzględniają w większym stopniu inne czynniki niż tylko zmienność aktywów i dźwignię finansową.

3. Model spłaty kredytu wykorzystujący teorię gier i wartość likwidacyjną

Spojrzenie na spłatę kredytu jako grę strategiczną prowadzi do wniosku, że kredytobiorca dokonuje spłaty zobowiązań wynikających z umowy kredytowej jako mniejszą z dwóch wartości [Paliński 2013a]:

$$\pi_B = \min \{L, R_1\}, \quad (10)$$

gdzie:

- π_B – dochód banku z umowy kredytowej,
- L – wartość likwidacyjna aktywów kredytobiorcy z punktu widzenia banku,
- R_1 – kwota spłaty określona w umowie kredytowej.

Uwzględniając założenia z poprzedniego rozdziału dotyczące rocznego terminu spłaty, mamy:

$$R_1 = I(1 + r_i), \quad (11)$$

gdzie:

- I – kwota kredytu,
- r_i – stopa oprocentowania kredytu spółki i .

Założmy z dużym uproszczeniem, że wartość likwidacyjna jest równa wartości aktywów firmy w momencie T pomniejszonej o wartość nominalną połowy zadłużenia niebankowego. Takie założenie jest analogiczne do tego, które przyjęto w modelu MKMV w poprzednim rozdziale. Pozwala on z jednej strony na uwzględnienie uprzywilejowanej pozycji banku, z drugiej strony – bierze pod uwagę dźwignię finansową oraz możliwość przejmowania niektórych składników majątku dłużnika przez wierzycieli niebankowych, w tym Skarb Państwa i pracowników, z pominięciem banku. Banki, zdając sobie sprawę ze swojej uprzywilejowanej pozycji pośród wierzycieli, dostosowują oprocentowanie kredytów do wartości aktywów kredytobiorców, co wyraźnie potwierdzają badania empiryczne [Paliński 2013c], stąd pominięcie części zobowiązań jako podporządkowanych jest w pełni uzasadnione.

Przyjmijmy założenie, że zwrot z aktywów jest zmienną losową X o realizacjach $x \in \mathbb{R}_+$, o ciągłej i różniczkowalnej dystrybucie $F(x)$ i ciągłej gęstości $f(x)$. Wartość oczekiwana dochodu banku $E\pi_B$ z tytułu umowy kredytowej wynosi (por. [Paliński 2013b]):

$$E\pi_B = \int_{\frac{1}{2A_0}(-2A_0+D-I)}^{\frac{1}{2A_0}(2R_1-2A_0+D-I)} \left[A_0(1+x) - \frac{D-I}{2} \right] f(x) dx + R_1 \int_{\frac{1}{2A_0}(2R_1-2A_0+D-I)}^{\infty} f(x) dx - I(1+r). \quad (12)$$

Pierwsza całka we wzorze (12) odpowiada wartości oczekiwanej dochodu banku w sytuacji, gdy spłata jest równa wartości likwidacyjnej. Dolna granica całki wynika z warunku nieujemności wartości likwidacyjnej. Druga całka dotyczy spłaty zgodnej z umową kredytową, która ma miejsce wtedy, gdy wartość likwidacyjna przekroczy kwotę spłaty określoną w umowie, to znaczy gdy:

$$A_0(1+x) - \frac{D-I}{2} \geq R_1. \quad (13)$$

Dla uzyskania porównywalności z modelem MKMV przyjęto dodatkowo założenia, że zmienna losowa X ma rozkład normalny o wartościach oczekiwanych i odchyleniach standardowych uzyskanych na podstawie notowań badanych spółek. Analogicznie do modelu MKMV wartość początkowa aktywów kredytobiorcy liczona jest jako suma wartości rynkowej kapitału i wartości księgowej zadłużenia $A_0 = E_0 + D$.

Wykorzystując metodę Monte Carlo, obliczano wartość oczekiwaną dochodu banku z równania (12) dla 50 000 przebiegów symulacyjnych. W drodze podejścia iteracyjnego znajdowano taką stopę procentową r_p , dla której $E\pi_B = 0$. Obliczenia przeprowadzono jedynie dla 10. wybranych spółek z uwagi na czasochłonność procedury iteracyjnej. Wyniki symulacji zebrano w tabeli 3.

Tabela 3. Porównanie stóp procentowych zadłużenia wyliczonych z modelu Moody's-KMV i modelu wykorzystującego teorię gier z rzeczywistymi realnymi uśrednionymi rocznymi stopami oprocentowania zadłużenia kredytowego wybranych spółek giełdowych

Spółka	Rok	MKMV ^a (%)	TG ^b (%)	Oprocentowanie ^c	Spółka	Rok	MKMV ^a (%)	TG ^b (%)	Oprocentowanie ^c
Bumech	2010	0,84	1,10	4,13	Asseco Poland	2009	0,91	0,89	1,84
Rafamet	2008	2,16	3,40	4,08	Elzab	2010	0,84	4,80	2,04
Warfama	2010	0,96	1,50	2,88	One2one	2010	0,85	6,00	4,02
Gastel Żurawie	2010	0,85	0,90	2,67	Kruszwica	2010	0,84	0,84	2,65
Pemug	2009	0,91	1,00	2,52	Pepees	2010	0,84	0,90	2,22

^a stopa procentowa zadłużenia wyliczona z modelu Moody's-KMV, ^b stopa procentowa zadłużenia wyliczona z modelu teoriogrowego, ^c rzeczywista realna średnia stopa procentowa zadłużenia kredytowego.

Źródło: opracowanie własne.

Uzyskane wyniki nie są obiecujące. Co prawda wyliczone z modelu teoriogrowego stopy procentowe są przeważenie wyższe od tych, które pochodzą z modelu MKMV, jednakże rozbieżność ze stopami rzeczywistymi jest wciąż bardzo duża. Dyskusyjne pozostaje zastosowanie rynkowych wartości aktywów i stóp zwrotu. Banki biorą pod uwagę przede wszystkim wartości likwidacyjne pojedynczych składników aktywów, które stanowią zabezpieczenie spłaty. Wartości rynkowe nie stanowią punktu odniesienia dla stóp procentowych, co wyraźnie potwier-

dzają badania [Paliński 2013c]. Przy szacowaniu wartości likwidacyjnej należałoby zapewne zastosować wartości księgowe aktywów i, uwzględniając rodzaj aktywów, opierać się na stopach odzysku zawartych w danych historycznych posiadanych przez banki lub sądy.

4. Podsumowanie

Przeprowadzone badania wskazały na bardzo duże rozbieżności wartości rzeczywistych stóp oprocentowania kredytów bankowych spółek giełdowych z wartościami teoretycznymi wynikającymi z modelu Moody's-KMV. Rzeczywiste oprocentowanie kredytów jest wyraźnie wyższe niż teoretyczne. Wynika z tego, że banki biorą pod uwagę wiele innych czynników ryzyka przy wyznaczaniu stóp procentowych niż tylko zmienność i wartość rynkową aktywów kredytobiorcy.

Próba wyznaczenia oprocentowania kredytów z użyciem wartości likwidacyjnej aktywów i modelu opierającego się na teorii gier również nie dała zadowalających rezultatów. Wyznaczone w ten sposób stopy procentowe były wyższe niż w modelu MKMV, jednakże wciąż niższe niż rzeczywiste. Najprawdopodobniej błędne było przyjęcie założenia dotyczącego wyznaczania wartości likwidacyjnej z wykorzystaniem rynkowych wartości aktywów zamiast ich wartości księgowych. Prawdopodobne jest to, że banki, wyznaczając premię na ryzyko w stopie procentowej, biorą pod uwagę wartości likwidacyjne pojedynczych składników majątku dłużnika, które mogą ewentualnie przejąć i zbyć.

Weryfikacja modelu wykorzystującego wartość likwidacyjną wymagałaby posiadania wewnętrznych danych bankowych dotyczących rzeczywistych kwot odzyskiwanych przez banki w wyniku sprzedaży aktywów przejmowanych od dłużników. Alternatywą może być szacowanie wartości likwidacyjnej na podstawie wartości księgowych i stopnia płynności poszczególnych rodzajów aktywów.

Literatura

- Byström H. [2006], *Merton Unraveled: A Flexible Way of Modeling Default Risk*, „Journal of Alternative Investments”, vol. 8, nr 4, <http://dx.doi.org/10.3905/jai.2006.627849>.
- Benmelech E., Garmaise M., Moskowitz T. [2005], *Do Liquidation Values Affect Financial Contracts? Evidence from Commercial Loan Contracts and Zoning Regulation*, „Quarterly Journal of Economics”, vol. 120, <http://dx.doi.org/10.1093/qje/120.3.1121>.
- Benmelech E., Bergman N. [2008], *Liquidation Values and the Credibility of Financial Contract Renegotiation: Evidence from U.S. Airlines*, „Quarterly Journal of Economics”, vol. 123, <http://dx.doi.org/10.1162/qjec.2008.123.4.1635>.

- Crosbie P., Bohn J. [2003], *Modeling Default Risk – Modeling Methodology*, Moody's KMV Company, New York.
- Crouhy M., Galai D., Mark R. [2000], *A Comparative Analysis of Current Credit Risk Models*, „Journal of Banking & Finance”, vol. 24, nr 1–2, [http://dx.doi.org/10.1016/s0378-4266\(99\)00053-9](http://dx.doi.org/10.1016/s0378-4266(99)00053-9).
- Hull J., Nelken I., White A. [2003], *Merton's Model, Credit Risk, and Volatility Skews*, „Journal of Credit Risk”, vol. 1, nr 1.
- Merton R. [1974], *On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates*, „Journal of Finance”, vol. 29, <http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-6261.1974.tb03058.x>.
- Noetzel P. [2011], *Strukturalne i zredukowane modele pomiaru ryzyka kredytowego wykorzystywane w praktyce bankowej*, „Ekonomia i Zarządzanie”, nr 1.
- Paliński A. [2013a], *Analiza ekonomicznych warunków umowy kredytowej w ujęciu teorii gier*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Katowice.
- Paliński A. [2013b], *Loan Payment and Renegotiation: The Role of the Liquidation Value*, SSRN Working Papers, <http://ssrn.com/abstract=2325424>.
- Paliński A. [2013c], *Wpływ wartości likwidacyjnej aktywów firmy na oprocentowanie kredytu – badania polskich spółek giełdowych*, „Bank i Kredyt”, nr 2.
- Wójciak M., Wójcicka A. [2007], *Porównanie modyfikacji Byströma modelu opcyjnego oceny ryzyka kredytowego z modelem MKMV*, Dynamiczne Modele Ekonometryczne – X Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, Toruń.
- Zarządzanie ryzykiem* [2008], red. K. Jajuga, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Option Pricing Theory and Game Theory – A Comparison of Credit Risk Management Tools

The purpose of this article is to determine whether the theoretical models derived from option pricing theory and game theory correctly determine the interest rate on bank loans. First, the interest rates were calculated from the option model developed by Moody's-KMV. Obtained in this way, interest rates were compared with the real interest rate on bank loans of Polish publicly listed companies. It turns out that the theoretical interest rate is generally much lower than the actual one.

A model built on the basis of the game theory and the concept of the liquidation value was then used, and on that basis theoretical interest rates were calculated using Monte Carlo simulation. In this case, divergence of the theoretical loan rates from the actual ones also proved significant. It seems that, in setting interest rates, Polish banks use many factors, not only the market values of company assets and their volatility.

Keywords: bank, credit, interest rate, risk management.