

Zesz. Nauk. UEK, 2022, 3(997): 141–158  
ISSN 1898-6447  
e-ISSN 2545-3238  
<https://doi.org/10.15678/ZNUEK.2022.0997.0308>

## Ocena i wybór optymalnego wariantu opakowania produktów spożywczych

### The Estimation and Selection of Optimum Variant Food Products Packing

**Jacek Postrożny**

Małopolska Uczelnia Państwowa im. rtm. Witolda Pileckiego w Oświęcimiu, Instytut Zarządzania i Inżynierii Produkcji, ul. Maksymiliana Kolbego 8, 32-600 Oświęcim, e-mail: [jacek.postrozny@mup.edu.pl](mailto:jacek.postrozny@mup.edu.pl),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1555-7461>

Artykuł udostępniany na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa-Użycie niekomercyjne-Bez utworów zależnych 4.0 (CC BY-NC-ND 4.0); <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0>

Sugerowane cytowanie: Postrożny J. (2022), *Ocena i wybór optymalnego wariantu opakowania produktów spożywczych*, „Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie”, nr 3(997), 141–158, <https://doi.org/10.15678/ZNUEK.2022.0997.0308>.

#### STRESZCZENIE

**Cel:** Celem artykułu jest wybór najlepszej (optymalnej) konfiguracji (zestawienia) folii opakowaniowej oraz medium wewnątrz opakowania (mieszanki gazu ochronnego).

**Metodyka badań:** Aby osiągnąć cel, zastosowano zmodyfikowaną metodę Yagera umożliwiającą wybór optymalnego wariantu z wykorzystaniem subiektywnych kryteriów względnych.

**Wyniki badań:** Zastosowanie zmodyfikowanej metody Yagera pozwoliło na określenie optymalnej konfiguracji folii opakowaniowej oraz medium wewnątrz opakowania.

**Wnioski:** Zaprezentowana metoda może być wykorzystywana na większą skalę jako przydatne narzędzie do oceny i wyboru wariantu, który najlepiej spełnia przyjęte, określone przez ekspertów kryteria oceny z uwzględnieniem ich ważności. Ponadto zmodyfikowana metoda Yagera ma zastosowanie wtedy, gdy eksperci nie posiadają dostatecznej wiedzy pozwalającej na jednoznaczną ocenę wariantów pod względem poszczególnych kryteriów.

**Wkład w rozwój dyscypliny:** Należy rozważyć uzupełnienie zaprezentowanej metody wspomagającej podejmowanie decyzji o podejście opierające się na pozostałych grupach kryteriów: deterministyczne, rozmyte oraz probabilistyczno-statystyczne.

**Typ artykułu:** oryginalny artykuł naukowy.

**Słowa kluczowe:** wielokryterialne wspomaganie decyzji, optymalny wybór wariantu, optymalizacja, opakowania żywności.

**Klasyfikacja JEL:** C6, L9.

## ABSTRACT

**Objective:** The work presents a method that allows for the evaluation and selection of the best (optimal) configuration (combination) of the packaging film and the medium inside the packaging (protective gas mixture).

**Research Design & Methods:** The algorithm used to select the optimal variant is based on the Yager method in the base version; it takes into account subjective relative criteria.

**Findings:** The application of the modified Yager method made it possible to determine the optimal configuration of the packaging film and the medium inside the packaging.

**Implications/Recommendations:** The method presented can be used on a larger scale as a useful tool for the evaluation and selection of the variant that best meets given evaluation criteria, taking into account their importance defined by experts. In addition, the modified Yager method is applicable when experts do not have sufficient knowledge to evaluate the variants versus individual criteria.

**Contribution:** The research suggests that consideration should be given to decision-making processes based on multi-criteria optimisation taking into account various groups of criteria, including deterministic, fuzzy and probabilistic-statistical.

**Article type:** original article.

**Keywords:** multicriteria decision support, optimal selection of variant, optimisation, food packing.

---

## 1. Wprowadzenie

Konkurencyjność wielu przedsiębiorstw jest silnie uzależniona od trafności decyzji towarzyszących przepływowi informacyjno-materiałowemu w ramach łańcucha dostaw. Z tego względu jedną z praktyk szeroko pojętej organizacji dystrybucji w branży spożywczej są działania na rzecz wydłużenia terminu przydatności do spożycia wyrobu gotowego. Takie podejście stwarza możliwości w zakresie planowania dostaw z uwzględnieniem zarówno oczekiwań odbiorców, jak i wytycznych determinujących planowanie oraz harmonogramowanie produkcji.

W ostatnich latach zauważono dynamiczny wzrost zapotrzebowania na żywność wygodną – świeżą, bez konserwantów, o dużej trwałości, gotową do spożycia po krótkiej obróbce. W odpowiedzi na te wymagania konsumentów powstała żywność pakowana w warunkach próżniowych lub w atmosferze modyfikowanej (Rydzkowski i Michalska-Požoga 2013).

Istota pakowania próżniowego sprowadza się do eliminacji atmosfery pierwotnej (powietrza) z opakowania, a następnie na szczelnym zamknięciu go poprzez zgrzewanie elementów, które je tworzą, np. folii dolnej z folią górną. Bardziej zaawansowaną metodą pakowania jest pakowanie w mieszaninie gazów, określane również jako pakowanie w atmosferze modyfikowanej (MAP – *modified atmosphere packaging*). W procesie tym, w odróżnieniu od pakowania próżniowego, dodatkowo występuje całkowite lub częściowe wypełnianie opakowania mieszaniną gazów ochronnych. Jest to alternatywa dla dotychczas stosowanych metod przedłużania trwałości produktów żywnościowych za pomocą chemicznych środków konserwujących (*Opakowania żywności* 1998).

W procesie pakowania produktów spożywczych, a w szczególności produktów mięsnych, podstawową grupę gazów ochronnych tworzą (Lisińska-Kuśnierz i Ucherek 2003):

- azot ( $N_2$ ),
- ditlenek węgla ( $CO_2$ ),
- mieszaniny składające się z azotu i ditlenku węgla.

Do najczęściej stosowanych materiałów opakowaniowych wykorzystywanych w procesie pakowania żywności należą folie wielowarstwowe (laminaty). W najprostszej postaci składają się one z tzw. warstwy nośnej i warstwy umożliwiającej zgrzewanie. Warstwa nośna (zewnątrzna) chroni opakowany produkt przed uszkodzeniami mechanicznymi i działaniem szkodliwych czynników chemicznych, jak również decyduje o sztywności, wytrzymałości oraz możliwości drukowania. Warstwa umożliwiająca zgrzewanie (wewnętrzna) służy jako bariera dla pary wodnej, a także jako medium do zamknięcia opakowania (*Opakowania żywności* 1998).

Różnorodność środków i metod pakowania produktów spożywczych, które różnią się między sobą pracochłonnością i kosztem, a także zapewniają odmienne właściwości zapakowanego produktu, przy jednocześnie krótszym lub dłuższym terminie przydatności do spożycia, wymusza dokonanie oceny i wyboru najbardziej racjonalnej konfiguracji folii opakowaniowej oraz mieszanki gazowej.

Znanych jest wiele różnych sposobów i metod, z wykorzystaniem których dokonuje się oceny i wyboru. Zdaniem autora najbardziej przydatne zostały opisane m.in. w pracach (Kacprzyk 1986, Eschenauer, Koski i Osyczka 1990, Knosala 1991, Breiing i Knosala 1997, Płonka 1998, 2017a, 2017b, Osyczka 2002).

W artykule przedstawiono metodę Yagera (Kacprzyk 1986, Płonka 1998, Płonka i Lorek 2016, Płonka 2017a, Płonka i in. 2019, Pomietlorz-Loska i Postrożny 2020), w której do oceny poszczególnych wariantów wykorzystuje się subiektywne kryteria względne. Ważność kryteriów przyjętych do oceny określana jest za pomocą sposobu podanego w pracy (Saaty 2001). Celem artykułu jest przedstawienie możliwości praktycznego zastosowania zmodyfikowanej metody Yagera do

wyboru najlepszej (optymalnej) konfiguracji (zestawienia) folii opakowaniowej oraz medium wewnątrz opakowania (mieszanki gazu ochronnego).

## **2. Wielokryterialna ocena opakowania produktów spożywczych**

Jeśli chodzi o metodykę oceny wielokryterialnej opakowania produktów spożywczych, powinno się uwzględnić w niej trzy czynniki: zbiór wariantów dopuszczalnych, kryteria optymalności i algorytm poszukiwania wariantu optymalnego.

### **2.1. Określenie zbioru wariantów dopuszczalnych**

Określenie zbioru wariantów dopuszczalnych opakowania wymaga uwzględnienia następujących czynników:

- specyfika pakowanego produktu,
- system (metoda) pakowania,
- typ urządzenia pakującego,
- charakterystyka materiału opakowaniowego oraz medium wewnątrz opakowania,
- zakładany termin przydatności do spożycia,
- koszt opakowania produktu.

W przypadku pakowania wędlin typ stosowanego urządzenia pakującego, jakim jest najczęściej maszyna rolowa, decyduje o użyciu folii opakowaniowej górnej lub dolnej. To z kolei pozwala na dobór materiału opakowaniowego (folii opakowaniowej) pod względem termoformowalności oraz temperatury zgrzewania. Termin przydatności do spożycia (trwałość) zapakowanego produktu, bardzo istotny m.in. z punktu widzenia dystrybucji, determinuje z kolei wymagania stawiane folii opakowaniowej w zakresie przenikalności pary wodnej, tlenu, ditlenku węgla i azotu. Ponadto trwałość zapakowanego produktu jest ściśle związana z właściwą proporcją gazów, które tworzą mieszaninę gazową stanowiącą wypełnienie opakowania. Koszt opakowania produktu jest wynikiem kosztów materiałowych opakowania, a także parametrów stosowanych podczas procesu pakowania, np. czasów formowania i zgrzewania, które zależą głównie od właściwości materiału opakowaniowego.

Niezależnie od powyższych czynników każdy z rozpatrywanych wariantów opakowania powinien spełniać obowiązujące wymagania sanitarno-higieniczne.

### **2.2. Kryteria optymalności**

Ze względu na specyfikę produktu poddanego procesowi pakowania (produkt spożywczy o krótkim terminie przydatności) jakość często oceniana jest z wykorzystaniem metod opartych na analizie sensorycznej, która polega na badaniu cech

organoleptycznych za pomocą organów zmysłów smaku, zapachu, dotyku i wzroku (*Towaroznawstwo...* 2003). Stąd kryteria oceny jakości w odniesieniu do pakowanego produktu na ogół dotyczą:

- wyglądu zewnętrznego,
- obrazu struktury,
- zapachu,
- smaku.

Inną grupę kryteriów stanowią te dotyczące opakowania, a w szczególności jego funkcji ochronnych i informacyjnych, takich jak np.:

- trwałość mechaniczna folii opakowaniowej i zgrzewu,
- estetyka folii, np. w odniesieniu do przezroczystości,
- czytelność naniesionych informacji (kod kreskowy, data przydatności).

Zarówno kryteria dotyczące pakowanego produktu, jak i kryteria odnoszące się do opakowania stanowią grupę kryteriów o charakterze subiektywnym, nieostrym. Oddzielną grupę kryteriów tworzą kryteria deterministyczne, do których należy zaliczyć koszt opakowania produktu oraz wydajność procesu pakowania.

Oceny poszczególnych wariantów opakowania, biorąc pod uwagę przyjęty zbiór kryteriów, dokonywane są przez powołanych w tym celu ekspertów. Dla obiektywnej i miarodajnej oceny istotne jest, aby grupa ekspertów składała się z co najmniej trzech osób. Ponadto zasadnicze znaczenie ma również fachowa znajomość analizowanego zagadnienia przez każdego z ekspertów.

### 2.3. Algorytm poszukiwania wariantu optymalnego (metoda Yagera)

Danymi wyjściowymi w metodzie Yagera są (Płonka 1998, 2017a, 2017b):

- liczba kryteriów  $m$ ,
- liczba wariantów pakowania  $n$ ,
- elementy macierzy ważności poszczególnych kryteriów  $B = [b_{ij}]$ ,
- elementy tablicy  $C = [c_{ij}]$ , gdzie  $c_{ij}(e)$  to stopień przynależności  $i$ -tego wariantu do zbioru, preferowanego ze względu na  $j$ -te kryterium, podany przez  $e$ -tego eksperta. W przypadku gdy występuje tylko jeden ekspert, tablica  $C$  jest tablicą dwuwskaznikową, ponieważ  $e = 1$ .

Niech  $A$  oznacza zbiór wariantów (alternatyw) pakowania:

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} \quad (1)$$

oraz niech  $K^{(sw)}$  będzie zbiorem subiektywnych kryteriów względnych:

$$K^{(sw)} = \{k_1^{(sw)}, k_2^{(sw)}, \dots, k_m^{(sw)}\}. \quad (2)$$

Następnie tworzy się macierz ważności poszczególnych kryteriów  $B$ :

$$B = [b_{ij}], \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (3)$$

Macierz B tworzy się metodą Saaty'ego (Saaty 2001), polegającą na porównywaniu kolejnych par kryteriów. Przyjmuje się następujące poszczególne wartości  $b_{ij}$  tej macierzy (Kacprzyk 1986):

$b_{ij} = 1$ , gdy  $k_i$  i  $k_j$  są równie ważne,

$b_{ij} = 3$ , gdy  $k_i$  jest nieco ważniejsze niż  $k_j$ ,

$b_{ij} = 5$ , gdy  $k_i$  jest dużo ważniejsze niż  $k_j$ ,

$b_{ij} = 7$ , gdy  $k_i$  jest wyraźnie ważniejsze niż  $k_j$ ,

$b_{ij} = 9$ , gdy  $k_i$  jest absolutnie ważniejsze niż  $k_j$ ,

$b_{ij} = 2, 4, 6, 8$  – wartości pośrednie między powyższymi sytuacjami.

Ponadto przyjmuje się, że  $b_{ji} = 1/b_{ij}$  oraz dla  $i = j$  wartość  $b_{ij} = 1$ . W przypadku występowania kilku ekspertów tworzenie macierzy ważności kryteriów B przebiega następująco:

– każdy z ekspertów tworzy macierz B indywidualnie,

– z otrzymanych macierzy, zwanych częściowymi, tworzy się jedną, zbiorczą macierz ważności kryteriów (dowolny wyraz macierzy zbiorczej nad główną przekątną oblicza się jako średnią arytmetyczną z odpowiednich wyrazów macierzy częściowych, natomiast wyrazy pod główną przekątną stanowią odwrotność odpowiadających im wyrazów, które znajdują się nad główną przekątną macierzy).

Ponieważ macierz ważności kryteriów jest tworzona poprzez porównywanie kolejnych par kryteriów, stąd macierz ta jest macierzą kwadratową o wymiarze równym liczbie przyjętych kryteriów. Powinna ona spełniać, przynajmniej w przybliżeniu, warunek spójności (konsystencji) (Krawczyk 2001):

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - m}{m - 1} \leq 0,1, \quad (4)$$

gdzie:

$\lambda_{\max}$  – skalar oznaczający maksymalną wartość własną macierzy B,

$m$  – liczba kryteriów (rzęd macierzy B).

Z metody Saaty'ego (Saaty 2001) wynika, że zadowalające spełnienie warunku konsystencji  $CI \leq 0,1$  świadczy o wystarczającej adekwatności tej metody, w której występują wartości i wektory własne macierzy B.

Następnym etapem zmodyfikowanej metody Yagera jest podanie elementów tablicy  $C = [c_{ij}(e)]$  w wersji bazowej (Płonka 1998, 2017a). Wersja bazowa wprowadzania wartości  $c_{ij}(e)$  charakteryzuje się tym, że oceny poszczególnych wariantów opakowania są względne, tzn. przyjmuje się tzw. wariant bazowy, względem którego oceniane są pozostałe warianty. Każdemu wariantowi można przypisać pewną ocenę pod względem rozpatrywanego kryterium. W przypadku wariantu bazowego jest to wartość bazowa. Stwierdzenia dotyczące tego, czy dany wariant jest lepszy czy gorszy w porównaniu z wariantem bazowym (biorąc pod uwagę rozważane kryterium), są subiektywne i nieostre; wyrażane są za pomocą ustalonych przez każdego z ekspertów współczynników przynależności  $g_{ij}(e)$ , które wiążą każdy

z wariantów z pewną klasą  $l$ , a częściej z kilkoma klasami. Klasy są oznaczone liczbami całkowitymi z przedziału  $\langle -L, \dots, 0, \dots, +L \rangle$ , gdzie  $L = 1, 2, 3$ . Z klasą zerową najczęściej związany jest wariant bazowy. Warianty dotyczące klas ujemnych (klasy ujemnej) są uznawane za gorsze od wariantu bazowego pod względem rozpatrywanego kryterium, a oferty związane z klasami dodatnimi (klasą dodatnią) za lepsze. Ponadto z każdą klasą wiąże się pewna procentowa wartość (ustalona subiektywnie), która wyraża, o ile wariant jej przypisany jest lepszy (w przypadku klasy dodatniej) lub gorszy (w przypadku klasy ujemnej) od wariantu bazowego. Wspomniane wyżej wartości ustala się tak, że każdym dwóm znajdującym się obok siebie klasom odpowiada stały skok wyrażony w procentach.

Liczba przyjętych klas zależy od subiektywnej opinii dotyczącej zróżnicowania wariantów opakowania. W przypadku słabego zróżnicowania przyjmuje się mniejszą liczbę klas, np. trzy (klasy:  $-1, 0, 1$ ). Jeśli natomiast eksperci uznają, że warianty są wyraźnie (silnie) zróżnicowane, przyjmuje się większą liczbę klas, np. pięć (klasy:  $-2, -1, 0, 1, 2$ ). Za górną granicę liczby klas uznaje się zazwyczaj siedem.

Przyjmuje się również, że liczba klas ujemnych jest równa liczbie klas dodatnich. To, na ile dany wariant opakowania przynależy do danej klasy, jest wyrażone przez współczynniki przynależności  $g_{ij}(e)$ , które przyjmują wartości z przedziału domkniętego  $\langle 0; 1 \rangle$  i potocznie mogą być kojarzone z prawdopodobieństwem przynależności rozważanego wariantu do danej klasy (klas).

Dla bazowego wariantu opakowania zawsze przyjmowany jest współczynnik przynależności równy 1 w jednej z klas. W przypadku gdy wartość współczynnika przynależności jest związana z dwiema klasami lub większą ich liczbą, oznacza to, że ekspert nie był w stanie jednoznacznie stwierdzić, na ile dany wariant jest lepszy lub gorszy od wariantu bazowego.

Aby sprowadzić poszczególne elementy  $g_{ij}(e)$ , zwane współczynnikami przynależności  $i$ -tego wariantu opakowania do  $l$ -tej klasy, które ustalił  $e$ -ten ekspert, biorąc pod uwagę  $j$ -te kryterium, do postaci (wartości)  $c_{ij}(e)$ , niezbędnych do utworzenia ocen unormowanych, należy dokonać transformacji zgodnie z następującym wzorem:

$$c_{ij}(e) = \frac{L + \sum_{l=-L}^L g_{ij}(e)l}{2L}, \quad (5)$$

gdzie:

$i$  – numer rozpatrywanego wariantu opakowania,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,

$l$  – numer klasy,  $l = -L, \dots, 0, \dots, L$ ,

$j$  – numer kryterium,  $j = 1, 2, \dots, m$ ,

$e$  – numer eksperta,  $e = 1, 2, \dots, p$ .

Kolejnym krokiem właściwej fazy poszukiwania najlepszego wariantu opakowania jest wyznaczenie wektora własnego  $\mathbf{Y}$ , który spełnia następujące równanie macierzowe:

$$\mathbf{BY} = \lambda_{\max} \mathbf{Y}, \quad (6)$$

gdzie  $\mathbf{Y}$  to wektor własny, który w powyższym równaniu stanowi macierz kolumnową. Poszukiwany jest zatem wektor, dla którego równanie (6) jest spełnione dla możliwie największej wartości liczby  $\lambda = \lambda_{\max}$ . Szukany wektor ma tyle współrzędnych, ile jest kryteriów. Ponadto współrzędne te muszą spełniać następujący warunek: ich suma musi być równa liczbie przyjętych kryteriów:

$$\sum_{j=1}^m y_j = m, \quad (7)$$

gdzie  $y_j$  to  $j$ -ta współrzędna wektora własnego  $\mathbf{Y}$ . Współrzędne wektora własnego są również wagami poszczególnych kryteriów i są oznaczone literami:  $w_1, w_2, \dots, w_m$ . Każda z tych wag wyraża ważność kryterium, które jej odpowiada, przy czym im większa wartość  $j$ -tej wagi, tym większa ważność  $j$ -tego kryterium.

Na podstawie wyznaczonych wartości ocen unormowanych  $c_{ij}(e)$  (wzór 5) dla poszczególnych kryteriów i każdego rozpatrywanego wariantu określa się (tworzy) tabelę. Dla  $e$ -tego eksperta mają one postać przedstawioną w tabeli 1.

Tabela 1. Wartości ocen unormowanych  $c_{ij}(e)$

	$a_1$	$a_2$	...	$a_n$
$k_1(e)$	$c_{11}(e)$	$c_{21}(e)$	...	$c_{n1}(e)$
$k_2(e)$	$c_{12}(e)$	$c_{22}(e)$	...	$c_{n2}(e)$
...	...	...	...	...
$k_m(e)$	$c_{1m}(e)$	$c_{2m}(e)$	...	$c_{nm}(e)$

Źródło: opracowanie własne.

W kolejnym kroku tworzy się łączne oceny unormowane przez uśrednienie ocen podanych przez poszczególnych ekspertów. Sprowadza się to do uśrednienia wszystkich elementów tablicy  $C = [c_{ij}(e)]$  względem wskaźnika  $e$ , który oznacza numer eksperta, według następującej zależności:

$$c_{ij} = \frac{1}{p} \sum_{e=1}^p c_{ij}(e), \quad (8)$$

gdzie:  $p$  – liczba ekspertów.

Wartości łącznych ocen unormowanych przedstawiono w tabeli 2.

Kolejny krok metody Yagera sprowadza się do utworzenia decyzji unormowanych przez podniesienie każdego składnika kolejnych ocen unormowanych do potęgi równej odpowiedniej wadze. W postaci ogólnej można to napisać następująco:



$$d_j = \sum_{i=1}^n c_{ij}^{w_j}. \quad (9)$$

Po rozpisaniu wzór (9) ma postać przedstawioną w tabeli 3.

Tabela 2. Wartości łącznych ocen unormowanych  $c_{ij}$

	$a_1$	$a_2$	...	$a_n$
$k_1$	$c_{11}$	$c_{21}$	...	$c_{n1}$
$k_2$	$c_{12}$	$c_{22}$	...	$c_{n2}$
...	...	...	...	...
$k_m$	$c_{1m}$	$c_{2m}$	...	$c_{nm}$

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 3. Wartości decyzji unormowanych  $d_j$

	$a_1$	$a_2$	...	$a_n$
$d_1$	$c_{11}^{w_1}$	$c_{21}^{w_1}$	...	$c_{n1}^{w_1}$
$d_2$	$c_{12}^{w_2}$	$c_{22}^{w_2}$	...	$c_{n2}^{w_2}$
...	...	...	...	...
$d_m$	$c_{1m}^{w_m}$	$c_{2m}^{w_m}$	...	$c_{nm}^{w_m}$

Źródło: opracowanie własne.

Ostatni etap metody Yagera polega na optymalnym uszeregowaniu wariantów opakowania, ze względu na przyjęte do oceny kryteria, na podstawie którego wybiera się wariant najlepszy, tj. taki, który najlepiej spełnia wszystkie przyjęte kryteria oceny. W metodzie tej wspomniane uszeregowanie jest decyzją typu minimum. Składnikiem  $i$ -tym uszeregowania optymalnego (tj. składnikiem odpowiadającym  $i$ -temu wariantowi) jest najmniejszy  $i$ -ty składnik poszczególnych decyzji unormowanych  $d_1, d_2, \dots, d_m$ . Oznaczając uszeregowanie optymalne i jego składniki dużymi literami  $D$ , można zapisać:

$$D = D_1 + D_2 + \dots + D_n, \quad (10)$$

gdzie:

$$D_i = \min_j c_{ij}^{w_j}. \quad (11)$$

Wariantem optymalnym (najlepszym) jest ten wariant, któremu odpowiada największy składnik uszeregowania optymalnego:

$$a^{\text{opt}} = \max_i D_i. \quad (12)$$

### 3. Przykład oceny wariantów opakowania produktów spożywczych

Zbiór wariantów dopuszczalnych opakowania produktów spożywczych (wędlin) przedstawiono w tabeli 4.

Każdy z wariantów opakowania dotyczył produktu pochodzącego z tej samej partii surowca, tzn. charakteryzującego się identycznym wsadem w sensie technologicznym oraz identycznymi parametrami obróbki termicznej. Również nastawy parametrów pracy urządzenia pakującego były identyczne dla wszystkich rozpatrywanych wariantów.

Produktem, który został zapakowany na podstawie przyjętego zbioru wariantów dopuszczalnych, był jeden z produktów spożywczych. Masa jednostki opakowanego produktu wynosiła 1000 g. Zakładany termin przydatności do spożycia pakowanego produktu wynosił 21 dni, licząc od daty pakowania (produkcji). Oceny poszczególnych wariantów według przyjętych kryteriów dokonano po 20 dniach od daty pakowania (produkcji). Zanim otworzono opakowanie w celu oceny produktu, opakowany produkt był przechowywany w warunkach zalecanych przez producenta (przede wszystkim w zalecanej przez niego temperaturze).

Tabela 4. Zestawienie wariantów dopuszczalnych opakowania

Wariant opakowania	Typ medium wewnątrz opakowania	Typ folii	
		górna	dolna
$a_1$	Mieszanina gazowa Biogon C10 (skład: 10% CO <sub>2</sub> + 90% N <sub>2</sub> )	Amilen 70 (skład: poliamid PA 20 μm + polietylen PE 50 μm)	Amilen 180 (skład: poliamid PA 80 μm + polietylen PE 100 μm)
$a_2$	Mieszanina gazowa Biogon C10 (skład: 10% CO <sub>2</sub> + 90% N <sub>2</sub> )	Peflex ANP 80 (skład: poliamid PA 20 μm + polietylen PE 60 μm)	Peflex ANP 200 (skład: poliamid PA 100 μm + polietylen PE 100 μm)
$a_3$	Mieszanina gazowa Biogon C20 (skład: 20% CO <sub>2</sub> + 80% N <sub>2</sub> )	Amilen 70 (skład: poliamid PA 20 μm + polietylen PE 50 μm)	Amilen 180 (skład: poliamid PA 80 μm + polietylen PE 100 μm)
$a_4$	Mieszanina gazowa Biogon C20 (skład: 20% CO <sub>2</sub> + 80% N <sub>2</sub> )	Peflex ANP 80 (skład: poliamid PA 20 μm + polietylen PE 60 μm)	Peflex ANP 200 (skład: poliamid PA 100 μm + polietylen PE 100 μm)
$a_5$	Mieszanina gazowa Biogon C30 (skład: 30% CO <sub>2</sub> + 70% N <sub>2</sub> )	Amilen 70 (skład: poliamid PA 20 μm + polietylen PE 50 μm)	Amilen 180 (skład: poliamid PA 80 μm + polietylen PE 100 μm)
$a_6$	Mieszanina gazowa Biogon C30 (skład: 30% CO <sub>2</sub> + 70% N <sub>2</sub> )	Peflex ANP 80 (skład: poliamid PA 20 μm + polietylen PE 60 μm)	Peflex ANP 200 (skład: poliamid PA 100 μm + polietylen PE 100 μm)

Źródło: opracowanie własne.

Warianty opakowania zostały ocenione przez trzech ekspertów posiadających wykształcenie z zakresu technologii żywności:

- ekspert pierwszy  $e_1$  to osoba zatrudniona na stanowisku kierownika produkcji,
- ekspert drugi  $e_2$  to osoba zatrudniona na stanowisku technologa zakładu,
- ekspert trzeci  $e_3$  to osoba zatrudniona na stanowisku dyrektora sprzedaży.

Do oceny wariantów opakowania przyjęto jedno kryterium deterministyczne, jakim był koszt materiałowy opakowania (kryterium  $k_1^{(sw)}$ ), oraz dwa kryteria subiektywne, nieostre: smak opakowanego produktu (kryterium  $k_2^{(sw)}$ ) i jego zapach (kryterium  $k_3^{(sw)}$ ). Ze względu na uproszczoną formę kalkulacji kosztu materiałowego opakowania kryterium  $k_1^{(sw)}$  potraktowano identycznie, jak kryteria dotyczące smaku i zapachu opakowanego produktu, czyli jako subiektywne kryterium względne.

Koszt materiałowego opakowania dla każdego z rozpatrywanych wariantów obliczono, biorąc pod uwagę następujące założenia dotyczące wymiarów opakowania jednostkowego oraz z uwzględnieniem szerokości zgrzewu, która wynosi 5 mm:

- długość: 215 mm,
- szerokość: 195 mm,
- wysokość: 120 mm,
- objętość wewnętrzna: 4,7880 l.

Ponadto uwzględniono mniejsze zużycie (jeśli chodzi o szerokość) folii stanowiących górną część opakowania (Amilen 70 oraz Peflex ANP80). Na podstawie powyższych danych obliczono koszt folii opakowaniowej przypadający na jednostkę opakowanego produktu (tabela 5).

Tabela 5. Obliczenie kosztu folii opakowaniowej przypadającego na jednostkę opakowanego produktu

Wielkość	Amilen 70	Peflex ANP80	Amilen 180	Peflex ANP200
Koszt folii (zł/m <sup>2</sup> )	1,23	0,99	2,84	2,61
Wymiary folii na jednostkę opakowanego produktu (długość × szerokość) (m)	0,1900 × 0,2025		0,1900 × 0,2110	
Całkowite zużycie folii na jednostkę opakowanego produktu (m <sup>2</sup> /szt.)	0,0385		0,0401	
Koszt folii przypadający na jednostkę opakowanego produktu (zł/szt.)	0,0474	0,0381	0,1139	0,1047

Źródło: opracowanie własne.

Znając objętość opakowania jednostkowego, obliczono zużycie i koszt mieszaniny gazowej w odniesieniu do jednostki opakowanego produktu (tabela 6).

Tabela 6. Obliczenie kosztu mieszanki gazowej przypadającego na jednostkę opakowanego produktu

Wielkość	Biogon C10	Biogon C20	Biogon C30
Koszt mieszanki gazowej (zł/m <sup>3</sup> )	15,00	16,00	17,00
Zużycie mieszanki gazowej przypadający na jednostkę opakowanego produktu (m <sup>3</sup> /szt.)	0,0048	0,0048	0,0048
Koszt mieszanki gazowej przypadający na jednostkę opakowanego produktu (zł/szt.)	0,0720	0,0768	0,0816

Źródło: opracowanie własne.

Opierając się na danych zawartych w tabelach 5 i 6, wyznaczono jednostkowy koszt materiałowy opakowania dla poszczególnych wariantów (tabela 7).

Tabela 7. Obliczenie kosztu materiałowego poszczególnych wariantów opakowania

Wariant opakowania	Koszt folii przypadający na jednostkę opakowanego produktu (zł/szt.)		Koszt mieszanki gazowej przypadający na jednostkę opakowanego produktu (zł/szt.)	Jednostkowy koszt materiałowy opakowania (zł/szt.)
	górną	dolną		
$a_1$	0,0474	0,1139	0,0720	0,2333
$a_2$	0,0381	0,1047	0,0720	0,2148
$a_3$	0,0474	0,1139	0,0768	0,2381
$a_4$	0,0381	0,1047	0,0768	0,2196
$a_5$	0,0474	0,1139	0,0816	0,2429
$a_6$	0,0381	0,1047	0,0816	0,2244

Źródło: opracowanie własne.

W pierwszym etapie poszukiwania najlepszego (optymalnego) wariantu opakowania z zastosowaniem metody Yagera dokonano oceny ważności poszczególnych kryteriów, porównując je parami. W efekcie otrzymano macierze Saaty'ego ważności kryteriów podane przez ekspertów oraz zbiorczą macierz ważności kryteriów (tabele 8–11).

Tabela 8. Macierz ważności poszczególnych kryteriów – ekspert  $e_1$ 

	$k_1^{(sw)}$	$k_2^{(sw)}$	$k_3^{(sw)}$
$k_1^{(sw)}$	1	1/2	1/3
$k_2^{(sw)}$	2	1	2/3
$k_3^{(sw)}$	3	3/2	1

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 9. Macierz ważności poszczególnych kryteriów – ekspert  $e_2$ 

	$k_1^{(sw)}$	$k_2^{(sw)}$	$k_3^{(sw)}$
$k_1^{(sw)}$	1	1/3	1/4
$k_2^{(sw)}$	3	1	3/4
$k_3^{(sw)}$	4	4/3	1

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 10. Macierz ważności poszczególnych kryteriów – ekspert  $e_3$ 

	$k_1^{(sw)}$	$k_2^{(sw)}$	$k_3^{(sw)}$
$k_1^{(sw)}$	1	4	4
$k_2^{(sw)}$	1/4	1	1
$k_3^{(sw)}$	1/4	1	1

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 11. Zbiorcza macierz ważności kryteriów B

	$k_1^{(sw)}$	$k_2^{(sw)}$	$k_3^{(sw)}$
$k_1^{(sw)}$	1	1,6111	1,5278
$k_2^{(sw)}$	0,6207	1	0,8056
$k_3^{(sw)}$	0,6545	1,2413	1

Źródło: opracowanie własne.

W następnym etapie obliczono wartości własne zbiorczej macierzy ważności kryteriów B, przyrównując jej wyznacznik do zera i rozwiązując równanie stopnia  $n = 3$  względem  $\lambda$ :

$$\begin{vmatrix} b_{11} - \lambda & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} - \lambda & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (13)$$

Rozwiązaniem równania (13) są wartości własne macierzy B:  $\lambda_1 = 3,0029$ ;  $\lambda_2 = -0,0015 + 0,0545\sqrt{3}i$ ;  $\lambda_3 = -0,0015 - 0,0545\sqrt{3}i$ . Szukana maksymalna wartość własna macierzy B wyniosła zatem:  $\lambda_{\max} = \lambda_1 = 3,0029$ . Na tej podstawie stwierdzono spełnienie warunku spójności (4), ponieważ  $CI = 0,0014 < 0,1$ .

Następnie obliczono współrzędne wektora własnego  $\mathbf{Y}$  dla  $\lambda_{\max}$ , uwzględniając warunek (6) i rozwiązując układ równań:

$$\begin{cases} (1 - 3,0029)y_1 + 1,6111y_2 + 1,5278y_3 = 0 \\ 0,6207y_1 + (1 - 3,0029)y_2 + 0,8056y_3 = 0 \\ 0,6545y_1 + 1,2413y_2 + (1 - 3,0029)y_3 = 0 \end{cases} \quad (14)$$

W rezultacie otrzymano współrzędne wektora własnego  $\mathbf{Y}$  w postaci składowych:  $y_1 = 1,3164$ ;  $y_2 = 0,7738$  oraz  $y_3 = 0,9098$ .

Dokonując szczegółowej analizy informacji zawartych w tabelach 4–7 oraz korzystając z szerokiej wiedzy i doświadczenia zawodowego ekspertów, ustalono współczynniki przynależności  $g_{ij}(e)$ , wiążące każdy wariant opakowania z określoną klasą  $l$  (tabela 12).

Tabela 12. Wartości współczynników przynależności  $g_{ij}(e)$  dla rozpatrywanych wariantów opakowania według przyjętych kryteriów ustalonych przez trzech ekspertów

$e$	$a_i$	Klasa							
		-3	-2	-1	0	1	2	3	
		30%	20%	10%	-	10%	20%	30%	
$k_1^{(sw)}$	1	$a_1$	0	0,4	0,6	0	0	0	0
		$a_2$	0,1	0,1	0,8	0	0	0	0
		$a_3$	0	0	0	1	0	0	0
		$a_4$	0,1	0,3	0,6	0	0	0	0
		$a_5$	0,2	0,3	0,5	0	0	0	0
		$a_6$	0	0,3	0,7	0	0	0	0
	2	$a_1$	0,4	0,2	0,4	0	0	0	0
		$a_2$	0,2	0,4	0,4	0	0	0	0
		$a_3$	0,45	0,15	0,4	0	0	0	0
		$a_4$	0	0	0	1	0	0	0
		$a_5$	0,7	0,3	0	0	0	0	0
		$a_6$	0,65	0,25	0,1	0	0	0	0
	3	$a_1$	0	0,5	0,5	0	0	0	0
		$a_2$	0	0	0	1	0	0	0
		$a_3$	0	0	0	0	0,7	0,2	0,1
		$a_4$	0	0	0	0	0,5	0,3	0,2
		$a_5$	0,8	0,2	0	0	0	0	0
		$a_6$	0,6	0,2	0,2	0	0	0	0
$k_2^{(sw)}$	1	$a_1$	0	0	0	0	0,1	0,4	0,5
		$a_2$	0	0	0	0	0,2	0,5	0,3
		$a_3$	0	0	0	0	0,15	0,25	0,6
		$a_4$	0	0	0	1	0	0	0
		$a_5$	0	0	0	0	0	0,5	0,5
		$a_6$	0,4	0,4	0,2	0	0	0	0

cd. tabeli 12

	$e$	$a_i$	Klasa						
			-3	-2	-1	0	1	2	3
			30%	20%	10%	-	10%	20%	30%
$k_2^{(sw)}$	2	$a_1$	0	0	0	0	0,4	0,35	0,25
		$a_2$	0	0	0	1	0	0	0
		$a_3$	0	0	0	0	0,85	0,1	0,05
		$a_4$	0,1	0,4	0,5	0	0	0	0
		$a_5$	0	0,3	0,7	0	0	0	0
		$a_6$	0	0	0	0	0,5	0,2	0,3
	3	$a_1$	0	0	0	0	0,2	0,2	0,6
		$a_2$	0	0	0	0	0,4	0,3	0,3
		$a_3$	1	0	0	0	0	0	0
		$a_4$	0	0	0	0	0	0,3	0,7
		$a_5$	0	0	0	0	0,6	0,2	0,2
		$a_6$	0	0	0	0	0,6	0,3	0,1
$k_3^{(sw)}$	1	$a_1$	0	0	0	0	0,4	0,35	0,25
		$a_2$	0,5	0,4	0,1	0	0	0	0
		$a_3$	0	0	0	0	0,85	0,1	0,05
		$a_4$	0	0	0	1	0	0	0
		$a_5$	0	0,3	0,7	0	0	0	0
		$a_6$	0,2	0,3	0,5	0	0	0	0
	2	$a_1$	0	0	0	0	0,2	0,5	0,3
		$a_2$	0,1	0,4	0,5	0	0	0	0
		$a_3$	0	0	0	0	0,3	0,4	0,3
		$a_4$	0	0	0	1	0	0	0
		$a_5$	0,2	0,4	0,4	0	0	0	0
		$a_6$	0,15	0,45	0,4	0	0	0	0
	3	$a_1$	0	0	0	0	0,2	0,5	0,3
		$a_2$	0,1	0,4	0,5	0	0	0	0
		$a_3$	0,3	0,4	0,3	0	0	0	0
		$a_4$	0	0	0	1	0	0	0
		$a_5$	0,3	0,3	0,4	0	0	0	0
		$a_6$	0,1	0,4	0,5	0	0	0	0

Źródło: opracowanie własne.

W ramach kolejnego etapu algorytmu obliczono wartości łącznych ocen unormowanych  $c_{ij}$  (tabela 13).

Tabela 13. Wartości łącznych ocen unormowanych

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
$k_1^{(sw)}$	0,3833	0,4262	0,4845	0,5048	0,3286	0,3512
$k_2^{(sw)}$	0,6583	0,5952	0,5155	0,5262	0,5667	0,5262
$k_3^{(sw)}$	0,6440	0,3667	0,5286	0,5000	0,3810	0,3798

Źródło: opracowanie własne.

Wyniki obliczeń w postaci wartości decyzji unormowanych  $d_j$  podano w tabeli 14.

Tabela 14. Wartości decyzji unormowanych  $d_j$ 

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
$d_1$	0,2830	0,3254	0,3853	0,4066	0,2310	0,2522
$d_2$	0,7236	0,6694	0,5988	0,6084	0,6444	0,6084
$d_3$	0,6701	0,4014	0,5599	0,5323	0,4156	0,4144

Źródło: opracowanie własne.

Uzeregowanie optymalne stanowią wartości najmniejsze poszczególnych decyzji unormowanych, zgodnie ze wzorem (11) (tabela 15).

Tabela 15. Uzeregowanie optymalne wariantów opakowania

$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$	$D_6$
0,2830	0,3254	0,3853	0,4066	0,2310	0,2522

Źródło: opracowanie własne.

Wyniki przedstawione w tabeli 15 dają podstawę do stwierdzenia, że optymalnym (najlepszym) wariantem opakowania jest wariant  $a_4$  z wartością decyzji optymalnej równą 0,4066, ponieważ:

$$a^{\text{opt}} = \max_i D_i = 0,4066. \quad (15)$$

Odpowiada to wariantowi opakowania wędlin w folię górną Peflex ANP 80 (skład: poliamid PA 20  $\mu\text{m}$  + polietylen PE 60  $\mu\text{m}$ ) i folię dolną Peflex ANP 200 (skład: poliamid PA 100  $\mu\text{m}$  + polietylen PE 100  $\mu\text{m}$ ) oraz medium wewnątrz opakowania stanowiące atmosferę ochronną w postaci mieszaniny gazowej Biogon C20 (skład: 20%  $\text{CO}_2$  + 80%  $\text{N}_2$ ). Koszt materiałowy opakowania dla tego wariantu wyniósł 0,2196 zł na jednostkę pakowanego produktu i był nieznacznie wyższy (ok. 2,25%) od wariantu najtańszego.



## 4. Podsumowanie

Zaprezentowana metoda może być stosowana na większą skalę jako przydatne narzędzie do oceny i wyboru wariantu, który w największym stopniu spełnia przyjęte, określone przez ekspertów, kryteria oceny z uwzględnieniem ich ważności. Zaletą przedstawionej metody jest jej prostota przejawiająca się tym, że od decydenta (analityka) nie wymaga się specjalistycznego przygotowania matematycznego. Wadą jest z kolei to, że w ocenie ważności kryteriów brana jest pod uwagę zbiorcza macierz ważności, której wyrazy są średnią arytmetyczną odpowiednich wyrazów poszczególnych macierzy cząstkowych, określonych przez ekspertów. Stwarza to ryzyko, że w przypadku skrajnie przeciwstawnych ocen podanych przez dwóch ekspertów ich wartości mogą być niemal równe (co mylnie może świadczyć o takim samym stopniu ważności kryteriów). Ponadto zmodyfikowana metoda Yagera ma zastosowanie w sytuacji, gdy eksperci nie posiadają dostatecznej wiedzy pozwalającej na jednoznaczną ocenę wariantów pod względem poszczególnych kryteriów.

## Literatura

- Breining A., Knosala R. (1997), *Bewerten technischer Systeme. Theoretische und methodische Grundlagen bewertungstechnischer Entscheidungshilfen*, Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg.
- Eschenauer H., Koski J., Osyczka A. (1990), *Multicriteria Design Optimization. Procedures and Applications*, Springer-Verlag, Berlin.
- Kacprzyk J. (1986), *Zbiory rozmyte w analizie systemowej*, PWN, Warszawa.
- Knosala R. (1991), *Objektivierung des Bewertungsprozesses beim Konstruieren*, „Konstruktion”, vol. 43.
- Krawczyk S. (2001), *Metody ilościowe w planowaniu (działalności przedsiębiorstwa)*, t. 1, C.H. Beck, Warszawa.
- Lisińska-Kuśnierz M., Ucherek M. (2003), *Postęp techniczny w opakowalnictwie*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Opakowania żywności* (1998), red. B. Czerniawski, J. Michniewicz, Agro Food Technology, Czeladź.
- Osyczka A. (2002), *Evolutionary Algorithms for Single and Multicriteria Design Optimization*, Physica-Verlag, Heidelberg–New York.
- Płonka S. (1998), *Metody oceny i wyboru optymalnej struktury procesu technologicznego*, „Zeszyty Naukowe. Budowa i Eksploatacja Maszyn”, Politechnika Łódzka Filia w Bielsku-Białej, z. 31.
- Płonka S. (2017a), *Algorytmy wielokryterialnej optymalizacji struktury procesów wytwarzania*, „Inżynieria Maszyn”, r. 22, z. 1.

- Płonka S. (2017b), *Wielokryterialna optymalizacja procesów wytwarzania części maszyn*, Wydawnictwo WNT, Warszawa.
- Płonka S., Drobina R., Jędrzejczyk D., Postróżny J. (2019), *Selection of Optimal Thermochemical Treatment of Steel Guides of Yarn*, „Fibres & Textiles in Eastern Europe”, vol. 27, nr 6(138), <https://doi.org/10.5604/01.3001.0013.4464>.
- Płonka S., Lorek R. (2016), *Multicriteria Optimization of Manufacturing Processes Taking into Account the Validity Criteria*, „Journal of Machine Engineering”, vol. 16(4).
- Pomietlorz-Loska M., Postróżny J. (2020), *Wielokryterialna ocena i wybór optymalnego usługodawcy logistycznego (w:) Technologie, procesy i systemy produkcyjne*, Wydawnictwo Naukowe Akademii Techniczno-Humanistycznej w Bielsku-Białej, Bielsko-Biała.
- Rydzkowski T., Michalska-Požoga I. (2013), *Wpływ pakowania w atmosferze modyfikowanej na jakość sensoryczną pieczarek przechowywanych w warunkach chłodniczych*, „Postępy Techniki Przetwórstwa Spożywczego”, nr 1.
- Saaty T.L. (2001), *Decision Making with Dependence and Feedback: The Analytic Network Process. The Organization and Prioritization of Complexity*, RWS Publications, Pittsburgh, PA.
- Towaroznawstwo żywności przetworzonej* (2003), red. F. Świdorski, Wydawnictwo SGGW, Warszawa.