

*Jacek Osiewalski*

*Artur Prędko*

*Grzegorz Szulik*

# Efektywność edukacyjna małopolskich liceów – analiza porównawcza\*

## Streszczenie

*Cel:* Celem artykułu jest omówienie propozycji modelowania i szacowania efektywności edukacyjnej małopolskich liceów, traktowanych jako mikroekonomiczne jednostki usługowe.

*Metodyka badań:* Przedstawiono dwie alternatywne metody wyznaczania proponowanego miernika efektywności, który ma charakter techniczny (w sensie mikroekonomicznym). W pierwszej, opartej na funkcji produkcji Cobba i Douglasa, efektywność

Jacek Osiewalski, Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie, Katedra Ekonometrii i Badań Operacyjnych, ul. Rakowicka 27, 31-510 Kraków, e-mail: [osiewal@uek.krakow.pl](mailto:osiewal@uek.krakow.pl), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6710-6825>.

Artur Prędko, Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie, Katedra Ekonometrii i Badań Operacyjnych, ul. Rakowicka 27, 31-510 Kraków, e-mail: [predkia@uek.krakow.pl](mailto:predkia@uek.krakow.pl), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8104-1995>.

Grzegorz Szulik, Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie, Katedra Matematyki, ul. Rakowicka 27, 31-510 Kraków, e-mail: [szulikg@uek.krakow.pl](mailto:szulikg@uek.krakow.pl), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9126-4081>.

\* Artykuł powstał w ramach projektu badawczego „Potencjał 2020”, finansowanego ze środków subwencji przyznanej Uniwersytetowi Ekonomicznemu w Krakowie.

Artykuł udostępniany na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa-Użycie niekomercyjne-Bez utworów zależnych 4.0 (CC BY-NC-ND 4.0); <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

ustala się za pomocą jednostronnego składnika losowego. Parametry tego modelu oraz efektywność szacuje się za pomocą skorygowanej metody najmniejszych kwadratów (SMNK; *corrected ordinary least squares*, COLS). W ramach drugiego podejścia, *data envelopment analysis* (DEA), efektywność określa się poprzez optymalną wartość funkcji celu odpowiedniego programu liniowego. Opisano zmienne i zbiór danych wykorzystane w badaniu.

*Wyniki badań:* Wyniki dla 34 liceów, uzyskane za pomocą obu metod, są umiarkowanie zbliżone między sobą i znacząco rozbieżne z wartościami wskaźnika edukacyjnej wartości dodanej (EWD), stosowanego przez Centralną Komisję Egzaminacyjną (CKE).

*Wnioski:* Licea, które uchodzą za najlepsze w Małopolsce, nie są najbardziej efektywne w sensie mikroekonomicznym. Ponadto licea charakteryzujące się największą efektywnością często nie są zlokalizowane w Krakowie, ale w mniejszych miastach.

*Wkład w rozwój dyscypliny:* Przedstawiono i empirycznie wykorzystano nowy miernik edukacyjnej wartości dodanej oparty na mikroekonomicznym ujęciu szkoły jako jednostki produkcyjnej (usługowej), istotnie różny od wskaźnika EWD stosowanego przez CKE. Zdaniem autorów jego interpretacja jest prostsza i bardziej klarowna, a oparty na nim miernik efektywności umożliwia tworzenie zobiektywizowanych rankingów szkół.

**Słowa kluczowe:** efektywność, edukacja, funkcja produkcji, skorygowana MNK, DEA.

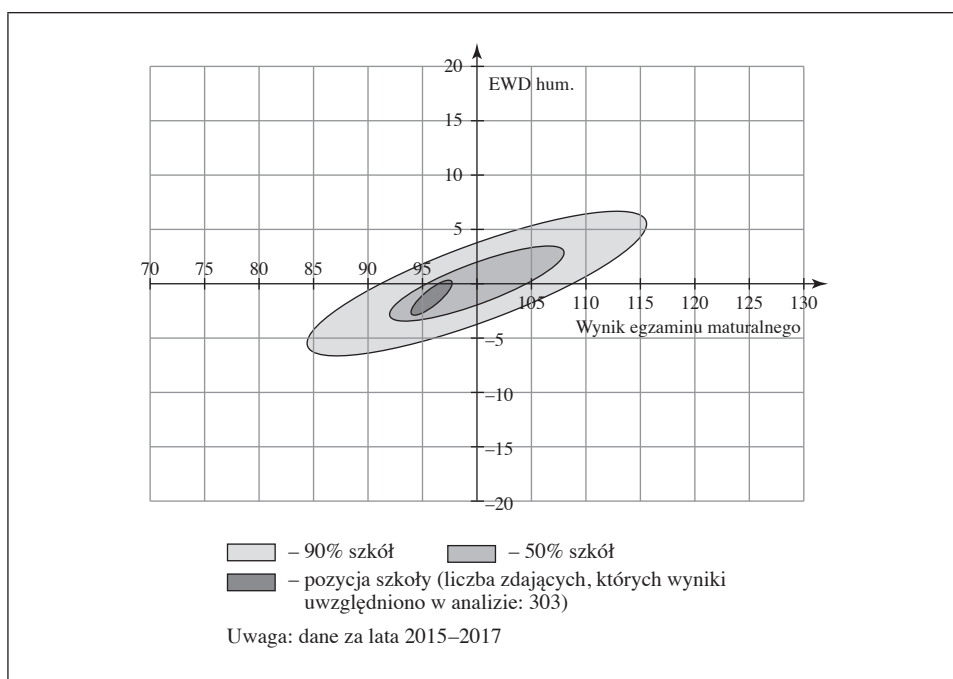
**Klasyfikacja JEL:** C31, C67, I21.

## 1. Mierniki edukacyjnej wartości dodanej

Jedno z najważniejszych pytań, jakie stawia sobie nastolatek, dotyczy wyboru odpowiedniej szkoły średniej. W mediach może on spotkać rankingi szkół średnich konstruowane na podstawie różnych kryteriów, związanych z wynikami końcowymi uczniów i innymi efektami działalności szkół. W tych zestawieniach licea, do których trafiają zdolniejsi uczniowie, zwykle plasują się wyżej, gdyż nauczyciele mają lepiej przygotowanych podopiecznych na „wejściu”. Niestety, takie rankingi nie oddają wysiłku i skuteczności szkół w pracy z uczniami. Należy się bowiem spodziewać, że trudniej jest przekształcić ucznia średniego w ucznia bardzo dobrego, niż utrzymać wysokie wyniki ucznia zdolnego. Mierniki rzeczywistej efektywności tych szkół, traktowanych mikroekonomicznie jako edukacyjne jednostki produkcyjne (usługowe), powinny odzwierciedlać skuteczną pracę nad zwiększeniem wiedzy uczniów, charakteryzujących się początkowo zróżnicowanym jej poziomem.

Podobne rozumowanie przyświecało zespołowi pod kierownictwem Romana Dolaty przy konstrukcji wskaźnika edukacyjnej wartości dodanej (EWD), wykorzystywanego przez Centralną Komisję Egzaminacyjną (CKE) (*Edukacyjna wartość dodana...* 2008). Wskaźnik ten obliczano za pomocą różnic pomiędzy rzeczywistymi i oczekiwanymi wynikami egzaminacyjnymi uczniów. Kluczowym

problemem w przypadku tej metodyki jest oszacowanie oczekiwanego wyniku ucznia. Za pomocą modeli regresji wyznacza się najpierw krzywą opisującą oczekiwany wynik maturalny ucznia w zależności od wyniku uzyskanego na egzaminie gimnazjalnym, następnie oblicza się różnice pomiędzy wynikiem uzyskanym oraz oczekiwanym dla każdego z uczniów, by w końcu uzyskać wynik szkoły jako średnią różnicę tych wyników oraz określić odpowiadający mu przedział ufności; por. (Rappe i Żółtak 2014). W modelu regresji uwzględnione są liczne zmienne kontrolne dotyczące uczniów (m.in. dysleksja i płeć), które nie są związane bezpośrednio z samą szkołą. Wskaźnik taki konstruowany jest oddzielnie dla grup przedmiotów humanistycznych i matematycznych, a także osobno dla języka polskiego i matematyki. Niestety w oparciu o tak zdefiniowane wskaźniki trudno przygotować zbiorczy ranking, który mógłby być pomocny zarówno dla kandydata przy wyborze szkoły, jak i dla organu prowadzącego, tym bardziej że sposób prezentacji wartości EWD jest mało czytelny dla osób nieznających statystyki – jako przykład zob. rys. 1.



Rys. 1. Przedziały ufności dla EWD Liceum Ogólnokształcącego w Starym Sączu (przedmioty humanistyczne)

Źródło: opracowanie własne na podstawie [www.ewd.edu.pl](http://www.ewd.edu.pl) (data dostępu: 2.09.2020).

Jako alternatywę dla wskaźnika wykorzystywanego przez CKE w niniejszym artykule proponuje się iloraz przeciętnych wyników: maturalnego i gimnazjalnego, wyznaczony dla tego samego rocznika (liczącego  $k$  uczniów) i przeskalowany liczbą uczniów:

$$\overline{EWD} = \frac{\text{wynik z egzaminu maturalnego}}{\text{wynik z egzaminu gimnazjalnego}} \cdot k.$$

Dzięki przeskalowaniu uzyskuje się nie wskaźnik zmiany wyniku dla przeciętnego ucznia, ale zgodny z mikroekonomicznym opisem technologii jednostek usługowych miernik „produktu” szkoły, syntetycznie ujmujący efekt przekształcenia  $k$  gimnazjalistów (o danym poziomie wiedzy) w  $k$  maturzystów (osiągających określony wynik). Warto doprecyzować, że jako wynik egzaminu gimnazjalnego szkoły przyjęto sumę (po uczniach) średnich arytmetycznych wyników z wszystkich egzaminów, do których gimnazjaliści przystąpili w 2014 r. Z kolei za wynik egzaminu maturalnego szkoły przyjęto sumę (po tych samych uczniach) średnich wyników z wszystkich egzaminów, do których licealiści przystąpili w 2017 r., przy czym egzaminy zdawane na poziomie podstawowym wchodziły do średniej z wagą 0,6, a zdawane na poziomie rozszerzonym z wagą 1 (te wagi stosowane są przy rekrutacji na studia I stopnia w Uniwersytecie Ekonomicznym w Krakowie). W omawianym wskaźniku (podobnie jak w mierniku EWD stosowanym przez CKE) wykorzystuje się wyniki końcowe egzaminów gimnazjalnych – ze względu na dostępność danych. Oczywiście, tę samą metodykę będzie też można wykorzystywać w przyszłości, gdy będą dostępne wyniki egzaminów maturalnych niedawnych ośmioklasistów.

Empiryczne oszacowanie efektywności edukacyjnej liceów na podstawie wskaźnika  $\overline{EWD}$  wymaga odpowiednich modeli i danych. Ze względu na nowatorski charakter podjętych badań i szczupłość zbioru obserwacji, celowo ograniczono analizy do najprostszych modeli liceum jako jednostki usługowej i wykorzystano najprostsze, alternatywne metody szacowania efektywności. Interpretowalne wyniki podstawowych podejść pozwalają na projektowanie dalszych, pogłębionych badań.

## 2. Przegląd literatury

Literatura dotycząca analiz efektywności w sektorze edukacji jest bogata i dotyczy skuteczności funkcjonowania różnego typu jednostek (szkoły podstawowe, średnie i wyższe, biblioteki, czytelnice, krajowe systemy edukacyjne itd.); przyjmuje się też różne poziomy agregacji danych (mikro, mezo, makro). Przykładowo licea, których efektywność jest przedmiotem analizy w niniejszym arty-

kule, mogą być analizowane jako osobne jednostki decyzyjne (poziom mikro), ale przedmiotem analizy jest też np. efektywność szkolnictwa średniego województw (poziom mezo), czy nawet całych krajów (poziom makro). Liczne przykłady tego typu analiz można znaleźć zarówno w literaturze światowej, jak i krajowej<sup>1</sup> – zob., odpowiednio, przeglądowe prace (Worthington 2001, Witte i López-Torres 2017) oraz prace (Garsztka i Staniewska-Garsztka 2012, Hauer 2016, Polcyn 2016, Biernacki i Ejsmont 2017, Brzezicki 2020).

W zakresie stosowanej metodyki w analizach efektywności z obszaru edukacji dominuje DEA (*data envelopment analysis*), należąca do tzw. nieparametrycznych metod granicznych. Znacznie rzadziej można spotkać zastosowania innych metod tego typu, jak FDH (*free disposal hull*), a także metod granicznych o charakterze parametrycznym, tj. DFA (*deterministic frontier approach/analysis*) i SFA (*stochastic frontier approach/analysis*). W odniesieniu do metod niemających charakteru granicznego, w analizach szeroko rozumianej efektywności w sektorze edukacji często wykorzystuje się analizę wskaźnikową, model edukacyjnej wartości dodanej oraz analizę regresji<sup>2</sup>. W tej kwestii ponownie warto zajrzeć do przeglądowych prac w literaturze światowej (Worthington 2001, Witte i López-Torres 2017), a także do pracy (Grosskopf, Hayes i Taylor 2014), w której opisano i zastosowano podobne modele jak w niniejszym artykule<sup>3</sup>. Warto też wymienić przykładowe prace z literatury krajowej, które wydają się interesujące ze względu na sposób analizy efektywności sektora edukacji (Wolszczak-Derlacz 2013, Biernacki i Ejsmont 2017, Brzezicki i Prędko 2018).

Przegląd literatury przedmiotu pod kątem zmiennych przyjmowanych do odpowiednich analiz można znaleźć we wspomnianych już pracach (Worthington 2001, Witte i López-Torres 2017). Na gruncie rodzimym charakter przeglądowy mają prace (Wolszczak-Derlacz 2013, Brzezicki 2020), jednak dotyczą one wyłącznie podobszaru szkolnictwa wyższego. W odniesieniu do szkół średnich, które są przedmiotem niniejszej analizy, przykładowe zestawy zmiennych (wejść, wyjść oraz czynników zewnętrznych) podano np. w pracach (Polcyn 2014, Chodakowska 2015, Biernacki i Ejsmont 2017).

Podstawowym, choć nieopublikowanym, źródłem dla niniejszego artykułu jest praca magisterska (Farbaniec 2010), której autorka wykonała badanie empiryczne oparte na bayesowskiej wersji stochastycznej analizy granicznej (BSFA), szacując

---

<sup>1</sup> Autorzy nie znaleźli odpowiedniej pracy o charakterze przeglądowym w literaturze krajowej, stąd wymieniono jedynie przykładowe prace dotyczące badania efektywności różnego typu dla polskich jednostek edukacyjnych. Najbardziej kompleksowe ujęcie przedstawiono w pracy (Brzezicki 2020) – dotyczy ono jednak jedynie polskiego szkolnictwa wyższego.

<sup>2</sup> Ta ostatnia jest często stosowana w odniesieniu do tzw. czynników zewnętrznych (*exogenous factors*), mających wpływ na efektywność danej jednostki gospodarczej.

<sup>3</sup> Oprócz uproszczonej metody COLS oraz DEA zastosowano tam również podejście SFA.

funkcje produkcji i wskaźniki sprawności technicznej małopolskich liceów. Praca stanowiła realizację programu badawczego, w całości zaprojektowanego przez promotora (współautora podejścia BSFA), który zaproponował zmienne objaśniające oraz zmienną objaśnianą. W niniejszym artykule nie wykorzystuje się BSFA, lecz porównuje się prostsze podejścia alternatywne, a także analizuje się nowe, znacznie bardziej aktualne dane. Należy zaznaczyć, że definicje zmiennych stosowanych w niniejszej pracy pokrywają się w dużej części z wykorzystanymi w pracy (Farbaniec 2010); w szczególności dotyczy to mikroekonomicznego miernika edukacyjnej wartości dodanej.

### 3. Zmienne przyjęte w badaniu empirycznym

Jako zmienną objaśnianą (wyjściową) przyjęto wcześniej zdefiniowany miernik „produktu” szkoły:  $Y = EWD$ . Jego uzasadnienie merytoryczne, związane ściśle z celami tej pracy, podano już w części pierwszej artykułu. Jest to istotnie odmienna propozycja w stosunku do miernika EWD obecnego w literaturze przedmiotu (*Edukacyjna wartość dodana...* 2008, Rappe i Żółtak 2014).

Przyjęto następujące zmienne objaśniające (wejściowe), reprezentujące podstawowe czynniki produkcji jednostki usługowej, jaką jest szkoła, których wartości pozyskano dla 34 małopolskich liceów (dzięki uprzejmości Kuratorium Oświaty w Krakowie):

$X_1$  – łączny wymiar etatu nauczycieli pracujących w jednostce,

$X_2$  – liczba zwykłych sal lekcyjnych,

$X_3$  – liczba pracowni szkolnych.

Pierwsza ze zmiennych reprezentuje pracę nauczycieli (jako główny czynnik produkcji) i często występuje w tego typu badaniach; przykłady jej zastosowania można znaleźć w przeglądowych opracowaniach (Witte i López-Torres 2017, s. 13; Brzezicki 2020, s. 32–33). Niekiedy w analizach efektywności wykorzystuje się liczbę nauczycieli, jednak liczba etatów dokładniej oddaje rzeczywisty nakład pracy nauczycieli<sup>4</sup>.

Druga i trzecia zmienna, również często stosowane w pracach z tego zakresu (Witte i López-Torres 2017, s. 12), reprezentują w przybliżeniu kapitał rzeczowy szkoły<sup>5</sup>.

---

<sup>4</sup> Dzięki temu można uwzględnić fakt, że część nauczycieli nie pracuje na jednym, pełnym etacie w danej szkole, lecz jest zatrudniona na części etatu, lub wręcz przeciwnie, pracuje na więcej niż jednym etacie.

<sup>5</sup> W przyszłości planuje się pozyskać lepszą aproksymację kapitału, jaką byłaby np. wartość aktywów trwałych każdej z badanych jednostek.

Ze względu na to, że głównym celem artykułu jest przedstawienie i zastosowanie nowej metody pomiaru edukacyjnej wartości dodanej, nie analizowano jednocześnie różnych zestawów czynników produkcji, które można by przyjąć. Poważną barierą jest tu też trudność i pracochłonność w zebraniu odpowiednich danych, nie ma bowiem gotowych baz lub opracowań, które zawierałyby komplet danych pod kątem wszystkich jednostek oraz kategorii, które należałoby objąć badaniem<sup>6</sup>.

W przeprowadzonej analizie wzięto pod uwagę wyłącznie licea ogólnokształcące, w celu porównania jednostek edukacyjnych działających na podobnych zasadach, m.in. tylko takie, w których kształcenie trwało trzy lata (odpowiada to założeniu o jednorodności technologicznej, przyjmowanemu w teorii procesu produkcyjnego w celu dokonywania uprawnionych porównań). Dodatkowo, aby zapewnić porównywalność wyników, pod uwagę wzięto wyłącznie uczniów, którzy napisali terminowo oba egzaminy (tj. egzamin gimnazjalny w 2014 r. oraz egzamin maturalny w 2017 r.).

Ze względu na wspomnianą już słabą dostępność danych i dużą ilość czasu, którą pochłonęło ich zebranie, nie zdecydowano się na ich aktualizację. Ważnym czynnikiem jest także proces likwidacji gimnazjów, który rozpoczął się w 2017 r.

W tabeli 1 przedstawiono dane empiryczne dla liceów objętych analizą.

Tabela 1. Dane źródłowe dla liceów objętych analizą

Jednostka	Łączny wymiar etatu nauczycieli pracujących w jednostce ( $X_1$ )	Liczba zwykłych sal lekcyjnych ( $X_2$ )	Liczba pracowni szkolnych ( $X_3$ )	Wielkość „produktu” szkoły ( $\overline{EWD}$ )
I LO w Andrychowie	37,09	19	4	92,73
LO w Bieczu	16,86	13	4	36,55
I LO w Bochni	60,69	19	4	184,75
II LO w Bochni	21,54	9	4	29,64
I LO w Chrzanowie	44,18	27	4	113,77
II LO w Chrzanowie	41,64	17	6	118,69
LO w Grybowie	24,26	15	3	65,05
I LO w Gorlicach	47,54	18	5	128,70
I LO w Krakowie	70,96	25	7	216,18
II LO w Krakowie	89,03	19	14	270,23
III LO w Krakowie	57,07	8	24	152,08

<sup>6</sup> Część danych zebrano bezpośrednio w liceach, a część została wyszukana i udostępniona przez Kuratorium Oświaty w Krakowie. W związku z opisanymi trudnościami nie udało się uzyskać kompletu danych dla wszystkich małopolskich liceów.

cd. tabeli 1

Jednostka	Łączny wymiar etatu nauczycieli pracujących w jednostce ( $X_1$ )	Liczba zwykłych sal lekcyjnych ( $X_2$ )	Liczba pracowni szkolnych ( $X_3$ )	Wielkość „produktu” szkoły ( $EWD$ )
V LO w Krakowie	77,93	26	10	239,74
VI LO w Krakowie	90,95	33	8	185,80
VII LO w Krakowie	60,12	24	5	184,75
VIII LO w Krakowie	75,31	24	6	277,72
IX LO w Krakowie	40,52	20	4	91,52
X LO w Krakowie	63,33	23	7	204,80
XIII LO w Krakowie	59,40	13	13	167,14
XV LO w Krakowie	29,88	18	6	43,06
XXVIII LO w Krakowie	19,65	14	1	23,70
LO w Miechowie	33,07	18	2	66,68
I LO w Olkuszu	42,48	20	5	148,17
II LO w Olkuszu	16,93	17	2	38,80
IV LO w Olkuszu	45,71	16	8	103,27
LO w Piekarach	41,82	22	3	77,08
LO w Suchej Beskidzkiej	47,13	16	2	116,04
LO w Starym Sączu	18,12	17	4	57,22
LO w Tuchowie	24,15	12	3	57,75
III LO w Tarnowie	66,60	24	8	223,92
VII LO w Tarnowie	34,59	11	4	91,08
XVI LO w Tarnowie	30,13	14	1	61,43
LO w Trzebini	12,25	8	6	16,67
LO w Wieliczce	46,76	22	7	107,98
LO w Wadowicach	45,65	12	10	138,96

Źródło: opracowanie własne.

W analizach tego typu oczekuje się, że potencjalne nakłady (zmiennie objaśniające) będą dodatnio skorelowane z produktem (Golany i Roll 1989, Wang i in. 2016). Należy jednak zaznaczyć, że jest to warunek o charakterze koniecznym, a nie wystarczającym, nie odgrywa on więc kluczowej roli przy wyborze czynników do analizy<sup>7</sup>. Dla zebranych danych wyznaczono współczynniki korelacji liniowej Pearsona (tabela 2).

<sup>7</sup> Gdyby był to warunek wystarczający, mogłoby się zdarzyć, że do analizy przyjęto by czynnik produkcji merytorycznie niezwiązany z produktem (co prowadziłoby do zależności pozorowanej).



Tabela 2. Wartości współczynników korelacji Pearsona zmiennej objaśnianej (wyjścia) ze zmiennymi objaśniającymi (wejściami)

	$Y$	$X_1$	$X_2$	$X_3$
$Y$	1	0,944	0,580	0,505

Źródło: opracowanie własne.

Najwyższą korelację ze wskaźnikiem  $\overline{EWD}$  ma zmienna  $X_1$ , tj. łączny wymiar etatu w badanej jednostce oświatowej. Pozostałe dwie zmienne objaśniające są z nim także skorelowane dodatnio, ale znacznie słabiej. Wszystkie te korelacje są statystycznie istotne na poziomie  $\alpha = 0,05$ .

#### 4. Parametryczny model graniczny

W ramach pierwszej metodyki wykorzystano model oparty na deterministycznej, granicznej funkcji produkcji Cobba i Douglasa (Kumbhakar i Lovell 2000, rozdz. 3.2.1):

$$Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} X_3^{\beta_3} e^{-u},$$

gdzie  $\beta_j (j = 0, 1, 2, 3)$  to parametry strukturalne modelu,  $u \geq 0$  to zmienna losowa o rozkładzie jednostronnym (wówczas czynnik  $e^{-u}$  modeluje efektywność techniczną). Wybór modelu Cobba i Douglasa (C-D) był podyktowany głównie jego prostotą. Ponadto własności tej funkcji produkcji (monotoniczność, wklęsłość i niekoniecznie stałe efekty skali) są w dużym stopniu zbieżne z własnościami empirycznej granicy produkcyjnej, uzyskiwanej za pomocą metodyki alternatywnej (DEA) w punkcie piątym artykułu.

Po zlogarytmowaniu obu stron powyższego równania otrzymuje się postać:

$$\ln(Y) = \ln(\beta_0) + \beta_1 \ln(X_1) + \beta_2 \ln(X_2) + \beta_3 \ln(X_3) - u,$$

której parametry oszacowano skorygowaną metodą najmniejszych kwadratów (SMNK, ang. COLS), polegającą na zastosowaniu zwykłej MNK i stosownej modyfikacji jedynie oceny wyrazu wolnego. Warto dodać, że SMNK jest też traktowana jako uproszczona (wstępna) technika estymacji w przypadku modeli SFA (zob. np. Osiewalski 2001); SMNK odpowiada wówczas założeniu, że symetryczne wahania losowe zmiennej objaśnianej są zaniedbywalne w stosunku do roli nieefektywności. Odpowiednie wyniki SMNK zamieszczono w tabeli 3.

Tabela 3. Oceny (i błędy szacunku) parametrów strukturalnych modelu C-D

$\widehat{\ln(\beta_0)}$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$
-0,3879 –	1,2137 (0,1319)	0,1295 (0,164)	0,0804 (0,080)

Źródło: opracowanie własne.

Warto zwrócić uwagę, że przy standardowych założeniach estymatory SMNK parametrów  $\beta_j (j = 1, 2, 3)$ , tj. elastyczności względem czynników produkcji, są nieobciążone. Ocena SMNK wyrazu wolnego w tabeli 3 uwzględnia już przesunięcie o największą resztę  $e_{\max} = 0,4403$  otrzymaną w wyniku zastosowania zwykłej MNK.

Następnie wyznaczono oceny efektywności technicznej dla pozostałych liceów jako:

$$TE_j^{SMNK} = e^{-\hat{u}_j} \cdot 100\%,$$

gdzie  $-\hat{u}_j = e_j - e_{\max}$  to odpowiednio zmodyfikowana reszta MNK dla  $j$ -tej obserwacji. Uzyskane efektywności uporządkowano malejąco i zestawiono w tabeli 4.

Tabela 4. Efektywność techniczna analizowanych liceów uzyskana metodą SMNK

Lp.	Liceum	$TE_j^{SMNK}$ (%)	Lp.	Liceum	$TE_j^{SMNK}$ (%)
1	LO w Starym Sączu	100,00	18	XVI LO w Tarnowie	66,39
2	I LO w Olkuszu	88,54	19	I LO w Krakowie	65,53
3	LO w Grybowie	82,98	20	XIII LO w Krakowie	65,11
4	VIII LO w Krakowie	79,72	21	I LO w Chrzanowie	63,48
5	II LO w Olkuszu	77,85	22	III LO w Krakowie	63,04
6	I LO w Wadowicach	76,89	23	V LO w Krakowie	62,71
7	VII LO w Tarnowie	76,83	24	II LO w Krakowie	60,96
8	LO w Tuchowie	76,24	25	IX LO w Krakowie	58,97
9	I LO w Bochni	73,39	26	LO w Miechowie	58,93
10	II LO w Chrzanowie	73,13	27	IV LO w Olkuszu	55,96
11	III LO w Tarnowie	72,91	28	LO w Wieliczce	55,21
12	LO w Bieczu	72,18	29	LO w Trzebini	50,00
13	X LO w Krakowie	72,05	30	LO w Piekarach	48,32
14	VII LO w Krakowie	70,74	31	II LO w Bochni	45,59
15	I LO w Gorlicach	68,01	32	XXVIII LO w Krakowie	43,04
16	LO w Suchej Beskidzkiej	67,73	33	VI LO w Krakowie	39,77
17	I LO w Andrychowie	66,96	34	XV LO w Krakowie	39,40

Źródło: opracowanie własne.

Analizując oceny efektywności zebrane w tabeli 4, można zauważyć, że licea, które uchodzą za najlepsze w Małopolsce (np. I, II czy V LO w Krakowie), nie należą do najbardziej efektywnych. Licea, które charakteryzują się największą efektywnością, zlokalizowane są często w mniejszych miastach; wśród krakowskich przoduje VIII LO.

## 5. Data envelopment analysis

Drugą zastosowaną metodą była DEA. Za pracą (Prędkie 2016, s. 16) przyjęto następujące oznaczenia:

$n = 34$  – liczba liceów (obiektów, jednostek decyzyjnych),

$m = 3$  – liczba nakładów,

$s = 1$  – liczba produktów,

$\mathbf{x}_j = [x_{1j}, x_{2j}, x_{3j}]$  – wektor wielkości nakładów  $j$ -tego liceum,  $j = 1, \dots, n$ ,

$y_j$  – wielkość produktu  $j$ -tego liceum,  $j = 1, \dots, n$ ,

$T = \{(\mathbf{x}, y) \in \mathbb{R}_+^4: \text{stosując } \mathbf{x} \text{ da się wyprodukować } y\}$  – zbiór możliwości produkcyjnych.

W modelu przyjęto następujące założenia (Banker, Charnes i Cooper 1984):

– badana grupa jednostek posługuje się zbliżoną technologią (wytwarzają w podobny sposób te same rodzaje produktów przy wykorzystaniu tych samych rodzajów nakładów),

– dla każdego z producentów dane są ilości wykorzystanych nakładów i wytworzonych produktów,

–  $\forall_{j \in \{1, \dots, n\}} (\mathbf{x}_j, y_j) \in T$ ,

– nakładami i produktami można swobodnie dysponować<sup>8</sup>,

– zbiór możliwości produkcyjnych  $T$  jest wypukły.

Przez efektywność techniczną rozumie się osiągnięcie najwyższej możliwej wielkości produkcji przy zadanych nakładach (orientacja na produkty) lub osiągnięcie wyznaczonej wielkości produkcji przy jak najmniejszych nakładach (orientacja na nakłady) (Black 2008, s. 97).

W celu zachowania zgodności z koncepcją funkcji produkcji, przyjętą w ramach metodyki alternatywnej, w pracy wyznaczono efektywność techniczną w sensie Farrella zorientowaną na produkty (Farrell 1957):

$$\theta_p(\mathbf{x}_o, y_o) = \max \{ \theta_o \in \mathbb{R} : (\mathbf{x}_o, \theta_o y_o) \in T \},$$

gdzie  $(\mathbf{x}_o, y_o)$  jest planem wykonalnym dla obiektu (jednostki decyzyjnej)  $o$ .

<sup>8</sup> Szczegółowa definicja podana jest np. w pracy (Prędkie 2016, s. 18).

Na mocy przyjętych założeń, wartość miary efektywności technicznej w sensie Farrella dla planu wykonalnego  $(\mathbf{x}_o, y_o)$  (obiektu  $o$ ) jest równa wartości optymalnej funkcji celu następującego programu liniowego (Banker, Charnes i Cooper 1984):

$$\begin{aligned} \theta_o &\rightarrow \max \\ \mathbf{x}_o &\geq \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} \mathbf{x}_j, \quad \theta_o y_o \leq \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} y_j, \quad \sum_{j=1}^n \lambda_{jo} = 1, \\ \theta_o &\in \mathbb{R}, \quad \lambda_{jo} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

Jest to model BCC w postaci obwiedni, w którym przyjmuje się zmienne korzyści skali (VRS, *variable returns to scale*), aby wziąć pod uwagę różną wielkość obiektów (skalę ich działalności).

Program ten rozwiązano wielokrotnie, dla  $o = 1, \dots, n$ . W celu zapewnienia porównywalności wyników z metodyką alternatywną jako miarę efektywności liceów przyjęto odwrotność uzyskanej miary efektywności technicznej Farrella:

$$TE_o^{DEA} = \frac{1}{\theta_P(\mathbf{x}_o, y_o)}.$$

Odpowiednie wyniki, uporządkowane według nierosnącej wartości miary efektywności, zebrano w tabeli 5.

Tabela 5. Efektywność techniczna analizowanych liceów uzyskana za pomocą metody DEA

Lp.	Liceum	$TE_o^{DEA}$ (%)	Lp.	Liceum	$TE_o^{DEA}$ (%)
1	II LO w Bochni	100,00	18	LO w Bieczu	94,74
1	II LO w Krakowie	100,00	19	III LO w Tarnowie	91,72
1	III LO w Krakowie	100,00	20	X LO w Krakowie	88,46
1	VIII LO w Krakowie	100,00	21	V LO w Krakowie	86,33
1	XXVIII LO w Krakowie	100,00	22	VII LO w Krakowie	85,59
1	II LO w Olkuszu	100,00	23	II LO w Chrzanowie	83,78
1	LO w Starym Sączu	100,00	24	I LO w Krakowie	82,84
1	LO w Suchej Beskidzkiej	100,00	25	I LO w Gorlicach	79,29
1	VII LO w Tarnowie	100,00	26	LO w Miechowie	76,98
1	XVI LO w Tarnowie	100,00	27	I LO w Chrzanowie	75,22
1	LO w Trzebini	100,00	28	I LO w Andrychowie	74,32
1	LO w Tuchowie	100,00	29	IV LO w Olkuszu	67,30
1	I LO w Wadowicach	100,00	30	VI LO w Krakowie	66,90
14	I LO w Bochni	99,80	31	IX LO w Krakowie	66,30
15	LO w Grybowie	99,45	32	LO w Wieliczce	64,41
16	I LO w Olkuszu	98,03	33	LO w Piekarach	59,74
17	XIII LO w Krakowie	97,78	34	XV LO w Krakowie	42,38

Źródło: opracowanie własne.

Według metody DEA aż 13 liceów znalazło się na granicy efektywności, osiągając efektywność techniczną równą 100,00%. Aby w jakiś sposób rozróżnić te licea, zastosowano następnie wersję modelu BCC z nadefektywnością (super-efektywnością) – szczegóły np. w pracy źródłowej (Andersen i Petersen 1993). Uzyskane miary superefektywności dla obiektów efektywnych, które pozwolą je rozróżnić i utworzyć ich ranking, przedstawiono w tabeli 6.

Tabela 6. Superefektywność techniczna liceów, które znalazły się na granicy efektywności

Lp.	Liceum	$TSE_o^{DEA}$ (%)	Lp.	Liceum	$TSE_o^{DEA}$ (%)
1	III LO w Krakowie	912,41	8	LO w Suchej Beskidzkiej	110,84
2	XVI LO w Tarnowie	259,20	9	I LO w Wadowicach	105,21
3	VII LO w Tarnowie	150,15	10	II LO w Bochni	–
4	VIII LO w Krakowie	135,01	10	XXVIII LO w Krakowie	–
5	LO w Starym Sączu	130,48	10	II LO w Olkuszu	–
6	LO w Tuchowie	116,31	10	LO w Trzebini	–
7	II LO w Krakowie	113,33			

Źródło: opracowanie własne.

Z powodu braku skończonej wartości miary nadefektywności dla czterech obiektów zostały one uznane za równie efektywne (nierozróżnialne). Jest to niestety wada tego sposobu rozróżniania efektywnych jednostek decyzyjnych, która występuje w niektórych przypadkach, przy przyjęciu modelu ze zmiennymi korzyściami skali (Cooper, Seiford i Tone 2006, s. 310).

Po zastosowaniu tego dodatkowego kryterium na pierwszym miejscu znalazło się III LO w Krakowie, a zaraz za nim XVI LO w Tarnowie, które w ramach metodyki alternatywnej znalazły się w drugiej części listy rankingowej. Dwa licea, które w poprzedniej metodologii zostały uznane za najlepsze, zajęły odpowiednio 5 i 16 miejsce. Z kolei inne trzy licea – VIII LO w Krakowie, LO w Miechowie oraz XV LO w Krakowie, zajęły te same miejsca w obu rankingach (odpowiednio 4, 26 i 34).

## 6. Analiza porównawcza

Rankingi uzyskane w obu podejściach nie są identyczne, ale współczynnik korelacji rang Spearmana jest istotnie dodatni ( $r_s = 0,49$ ). Potwierdzają to wyniki dla wybranych liceów zestawione w kolumnie drugiej i trzeciej tabeli 7.

W obu rankingach wiele krakowskich liceów (w tym te, które uchodzą za najlepsze) uzyskało wynik niższy od mediany. Oznacza to, że mogłyby one uzyskać (według modelu) większą wartość  $\overline{EWD}$  przy obserwowanych wartościach zmiennych objaśniających (tj. łącznym wymiarze etatów nauczycieli pracujących w jednostce, liczbie zwykłych sal lekcyjnych i liczbie pracowni szkolnych).

Mogło to być spowodowane sytuacją, że w liceach tych do matury przystąpiło mniej uczniów niż w innych jednostkach o podobnych zasobach lokalowych i nakładach pracy nauczycieli. Ze względu jednak na to, że w mianowniku naszego miernika swobodnego produktu liceum znajduje się przeciętny wynik egzaminu gimnazjalnego, przyczyną słabej pozycji renomowanych liceów może być fakt, że trafiała do nich młodzież zdolniejsza, która już w gimnazjum osiągała bardzo dobre wyniki. W związku z tym praca z nią w liceum, niezbędna w celu uzyskania wysokich wyników maturalnych, mogła być mniej wymagająca. Licea, które przyjmowały uczniów z mniejszą liczbą punktów uzyskanych na egzaminie gimnazjalnym, musiały wykonać większą pracę, by osiągnąć podobne wyniki maturalne.

Najbardziej efektywnymi liceami okazały się LO w Starym Sączu oraz III LO w Krakowie, odpowiednio według metody SMNK i DEA, a najmniej efektywnym XV LO w Krakowie. Warto dodać, że VIII Liceum im. Stanisława Wyspiańskiego, krakowski lider efektywności według obu metod, jest od wielu lat postrzegane jako szkoła średnia z sukcesem przygotowująca do studiów wszystkich swoich uczniów – dobrych, lecz niekoniecznie wybijających się. Renoma systematycznej, skutecznej pracy z uczniem, towarzysząca VIII LO w Krakowie, została więc potwierdzona w naszych badaniach.

Tabela 7. Wartości miar efektywności technicznej i obu rodzajów wskaźników EWD dla wybranych liceów

Liceum	$TE_j^{SMNK}$ (%)	$TE_j^{DEA}$ (%)	$EWD_j^{hum}$	$EWD_j^{mat-prz}$	$\overline{EWD}_j$
LO w Starym Sączu	100,0	100,0	-1,30	-1,92	57,22
III LO w Krakowie	63,04	100,0	1,45	2,60	152,08
I LO w Krakowie	65,53	82,84	3,84	1,38	216,18
V LO w Krakowie	62,71	86,33	7,09	5,41	239,74
XV LO w Krakowie	39,40	42,38	-1,68	-2,93	43,06

Źródło: opracowanie własne.

W tabeli 7 zestawiono wartości uzyskanej efektywności technicznej z wartościami wskaźników EWD stosowanych przez CKE. Liceum w Starym Sączu, które w ramach naszego podejścia uzyskało efektywność techniczną równą 100%

według obu metod, cechuje dość niska wartość wskaźników EWD. Odwrotna sytuacja występuje w przypadku V LO w Krakowie, które pomimo osiągnięcia wysokich wartości wskaźników EWD, zajęło w utworzonych rankingach miejsca w trzeciej dziesiątce (por. tabele 4 i 5). Fakty te potwierdzają całkowitą odmienność obu rodzajów mierników edukacyjnej wartości dodanej ( $\overline{EWD}$  i EWD), realizujących inne cele i obliczanych innymi metodami.

## 7. Podsumowanie i kierunki dalszych badań

Wskaźnik EWD stosowany przez CKE jest pomocny dla dyrekcji szkół, ale nie powinien być wykorzystywany do ustalania rankingów jednostek edukacyjnych. Nie jest też zgodny z mikroekonomicznym opisem technologii jednostek usługowych. Wad tych nie mają mierniki efektywności technicznej szkoły jako jednostki usługowej tworzone na bazie wskaźnika  $\overline{EWD}$ , przedstawionego i zastosowanego w niniejszym artykule.

Wskaźnik efektywności technicznej uzyskany za pomocą SMNK zależy od jednego, najbardziej efektywnego liceum, ale umożliwia stworzenie jednolitego rankingu. Z kolei wskaźnik efektywności technicznej uzyskany za pomocą DEA nie pozwala na ustalenie jednoznacznego rankingu liceów znajdujących się na granicy efektywności<sup>9</sup>. W badaniu przeprowadzonym w tej pracy rankingi liceów uzyskane za pomocą tych dwóch metod okazały się umiarkowanie zbieżne.

W przyszłości, po pozyskaniu odpowiednich danych, autorzy planują testowanie różnych zmiennych objaśniających (wejść) przyjmowanych w analizie. Należy jednak podkreślić, że mikroekonomiczne podstawy takich badań wymagają zawsze uwzględnienia odpowiednich mierników reprezentujących nakłady czynników produkcji (przede wszystkim pracy i kapitału rzeczowego) i ograniczają dowolność przyjmowania zmiennych objaśniających; zabezpiecza to przed wykrywaniem zależności pozornych oraz umożliwia teoretycznie uzasadnioną interpretację wyników.

Poza nakładami czynników produkcji można rozważać inne zmienne zewnętrzne, które mogłyby wyjaśniać systematyczne różnice efektywności jednostek produkcyjnych, niewynikające z różnych nakładów czynników produkcji. W ramach podejścia SFA formalne ujęcie potencjalnych determinant efektywności poprzez modele klasy VED (*varying efficiency distribution*) zaproponowano na gruncie bayesowskim w pracy (Koop, Osiewalski i Steel 1997) i zastosowano w ramach granicznej funkcji produkcji np. w pracy (Koop, Osiewalski i Steel 2000). Natomiast w ramach metodyki DEA czynniki zewnętrzne wprowadza się zwykle

---

<sup>9</sup> Nie było to możliwe nawet z zastosowaniem modelu z nadefektywnością – cztery jednostki nie mogą być porównane z pozostałymi dziewięcioma, które udało się uporządkować.

za pomocą mniej formalnego podejścia dwuetapowego, w którym w pierwszym etapie liczone są oceny mierników efektywności za pomocą jednego ze standardowych modeli DEA (np. modelu BCC wykorzystanego w niniejszej pracy). Z kolei w etapie drugim wykorzystuje się różne rodzaje modeli regresyjnych, w których zmienne objaśniające stanowią czynniki zewnętrzne, a zmienną objaśnianą jest miernik efektywności, gdzie jako obserwacje traktuje się jego oceny obliczone w etapie pierwszym – zob. np. (Byrnes i in. 1988, Chilingirian i Sherman 2004).

W analizie efektywności technicznej szkół wśród takich zmiennych, które nie reprezentują czynników produkcji, ale mogłyby wyjaśniać różnice w poziomach efektywności, planuje się uwzględnić np. liczbę uczniów z dysleksją oraz strukturę według płci (np. udział chłopców w ogólnej liczbie uczniów), czyli zagregowane (dla całego badanego rocznika) zmienne kontrolne wykorzystywane w analizach prowadzących do konstrukcji wskaźnika EWD stosowanego przez CKE.

Warto zaznaczyć, że w niniejszym artykule wykorzystano mierniki efektywności technicznej<sup>10</sup> jednostek edukacyjnych. Gdyby udało się zebrać dane dotyczące kategorii finansowych (kosztów funkcjonowania oraz cen zmiennych czynników produkcji), to w przyszłości można by również zbadać efektywność kosztową liceów – na wzór analizy kosztów funkcjonowania polskich bibliotek akademickich i publicznych przeprowadzonej w pracy (Osiewalski i Osiewalska 2004).

Oba stosowane podejścia mają charakter deterministyczny w tym sensie, że nie uwzględniają błędów w danych, co skutkuje silnym wpływem ewentualnych takich błędów na oszacowania efektywności. Zamiast deterministycznej funkcji produkcji z jedną, nieujemną zmienną losową (w celu ujęcia nieefektywności) można zastosować stochastyczną graniczną funkcję produkcji, w której znajduje się także składnik losowy symetryczny wokół zera; uwzględnienie obu składników losowych stanowi istotę podejścia SFA. Przy niewielkiej liczbie obserwacji (jak w naszych badaniach) szczególnie dogodne są bayesowskie modele graniczne, zob. np. (Osiewalski 2001). Przykładowa symulacja (Osiewalski 2001, rozdz. 5.2) pokazuje, że pominięcie symetrycznego składnika losowego prowadzi do zaniżonych ocen efektywności większości obiektów i (w efekcie) zaniżonej średniej efektywności badanych jednostek. Uwzględnienie w podejściu DEA losowości danych jest możliwe, ale teoretyczne podstawy takiego podejścia są bardzo zaawansowane, a jego własności są trudne do wykazania metodami analitycznymi; zob. (Prędko 2016).

W przyszłych badaniach należałoby też uwzględnić fakt, że licea postrzegane powszechnie jako lepsze, do których trafiają często uczniowie najzdolniejsi, poświęcają wiele uwagi indywidualnej pracy z tymi uczniami (np. przygotowując

---

<sup>10</sup> Określenie „efektywność edukacyjna” zawarte w tytule artykułu odnosi się do celu analizy i szczególnego rodzaju produktu, jaki został przyjęty, a nie do formalnego nazewnictwa przyjętego na gruncie teorii procesu produkcyjnego.



ich do olimpiad przedmiotowych, czy też tworząc tzw. klasy uniwersyteckie i współpracując ze szkołami wyższymi). Planuje się w związku z tym wprowadzenie do analizy drugiego „produktu” szkoły, który służyłby do modelowania tego zjawiska. Zdaniem autorów słabe wyniki renomowanych liceów otrzymane w ramach obecnej analizy były spowodowane również tym, że nie uwzględniono np. efektów indywidualnej pracy z olimpijczykami.

Konstrukcja wspomnianego drugiego „produktu” wymaga jednak przemyślenia i pozyskania odpowiednich danych, stąd jest to kierunek potencjalny (a nie wykonalny od razu). Od strony teoretyczno-metodycznej oznacza on modelowanie produkcji wieloasortymentowej (technologii z wieloma produktami – w tym przypadku dwoma: przygotowaniem do egzaminu dojrzałości i rozwijaniem nadzwyczajnych talentów). Na gruncie bayesowskiej stochastycznej analizy granicznej (BSFA) istnieją eleganckie ujęcia wieloproduktowej funkcji transformacji, wymagające zaawansowanych technik numerycznych; zob. (Fernández, Koop i Steel 2005). W stochastycznej wersji DEA ujęcie wieloproduktowe jest numerycznie równie proste jak jednoproduktowe, ale zwiększanie liczby wejść i wyjść prowadzi do pogarszania własności asymptotycznych stosowanych procedur.

Prowadzenie dalszych badań nad pomiarem efektywności jednostek edukacyjnych jest determinowane dostępnością odpowiednich danych. Możliwości udoskonalenia metodyki są ogromne, wielokierunkowe i znane autorom. Przedstawione w artykule wyniki dają się intuicyjnie interpretować i stanowią zachętę do pogłębionych analiz sektora edukacji – jego (rozumianej mikroekonomicznie) technologii i efektywności.

## Literatura

- Andersen P., Petersen N.C. (1993), *A Procedure for Ranking Efficient Units in Data Envelopment Analysis*, „Management Science”, vol. 39, nr 10, <https://doi.org/10.1287/mnsc.39.10.1261>.
- Banker R., Charnes A., Cooper W. (1984), *Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in DEA*, „Management Science”, vol. 30, nr 9, <https://doi.org/10.1287/mnsc.30.9.1078>.
- Biernacki M., Ejsmont W. (2017), *Ocena działalności i efektywności kształcenia wrocławskich liceów*, „Studia Ekonomiczne”, nr 318.
- Black J. (2008), *Słownik ekonomii*, PWN, Warszawa.
- Brzezicki Ł. (2020), *Przegląd badań dotyczących efektywności i produktywności polskiego szkolnictwa wyższego, prowadzonych za pomocą metody DEA i indeksu Malmquista*, „Ekonomia – Wrocław Economic Review”, vol. 26, nr 2, <https://doi.org/10.19195/2658-1310.26.2.2>.
- Brzezicki Ł., Prędko A. (2018), *Pomiar efektywności publicznych szkół wyższych za pomocą metod DEA, SFA oraz StoNED*, „Wiadomości Statystyczne”, vol. 684, nr 5.

- Byrnes P., Färe R., Grosskopf S., Lovell C.A.K. (1988), *The Effect of Unions on Productivity: U.S. Surface Mining of Coal*, „Management Science”, vol. 34, <https://doi.org/10.1287/mnsc.34.9.1037>.
- Charnes A., Clark C.T., Cooper W.W., Golany B. (1985), *A Developmental Study of Data Envelopment Analysis in Measuring the Efficiency of Maintenance Units in the U.S. Air Forces*, „Annals of Operations Research”, vol. 2, nr 1.
- Chilingerian J.A., Sherman H.D. (2004), *Health Care Applications: From Hospitals to Physicians from Productive Efficiency to Quality Frontiers* (w:) *Handbook on Data Envelopment Analysis*, red. W.W. Cooper, L.M. Seiford, J. Zhu, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Chodakowska E. (2015), *The Future of Evaluation of Lower Secondary Schools' Management*, „Business, Management and Education”, vol. 13, nr 1, <https://doi.org/10.3846/bme.2015.256>.
- Cooper W., Seiford L., Tone K. (2006), *Introduction to Data Envelopment Analysis and Its Uses*, Springer, New York.
- Edukacyjna wartość dodana jako metoda oceny efektywności nauczania na podstawie wyników egzaminów zewnętrznych* (2008), red. R. Dolata, <http://ewd2013.ibe.edu.pl/downloads/publikacje/EWD%20ksiadzka%202008.pdf> (data dostępu: 2.09.2020).
- Farbaniec M. (2010), *Funkcja produkcji i efektywność techniczna w szkolnictwie. Analiza bayesowska*, maszynopis (praca magisterska, promotor: J. Osiewalski), Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie.
- Farrell M. (1957), *The Measurement of Productive Efficiency*, „Journal of the Royal Statistical Society”, Series A, vol. 120, nr 3, <https://doi.org/10.2307/2343100>.
- Fernández C., Koop G., Steel M.F.J. (2005), *Alternative Efficiency Measures for Multiple-output Production*, „Journal of Econometrics”, vol. 126, <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2004.05.008>.
- Garsztka P., Staniewska-Garsztka A. (2012), *Zastosowanie metody DEA do badania efektywności nauczania w szkołach powiatów grodzkich w Polsce w latach 2008–2010* (w:) *Modelowanie i prognozowanie zjawisk społeczno-gospodarczych: aktualny stan i perspektywy rozwoju*, red. B. Pawełek, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Golany B., Roll Y. (1989), *An Application Procedure for DEA*, „Omega”, vol. 17, [https://doi.org/10.1016/0305-0483\(89\)90029-7](https://doi.org/10.1016/0305-0483(89)90029-7).
- Grosskopf S., Hayes K.J., Taylor L.L. (2014), *Efficiency in Education: Research and Implications*, „Applied Economic Perspectives and Policy”, vol. 36, nr 2, <https://doi.org/10.1093/aep/ppy007>.
- Hauer A. (2016), *Efektywność zmian systemowych w sektorze szkolnictwa zawodowego po 1999 roku*, CeDeWu, Warszawa.
- Koop G., Osiewalski J., Steel M.F.J. (1997), *Bayesian Efficiency Analysis through Individual Effects: Hospital Cost Frontiers*, „Journal of Econometrics”, vol. 76, [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(95\)01783-6](https://doi.org/10.1016/0304-4076(95)01783-6).
- Koop G., Osiewalski J., Steel M.F.J. (2000), *Modeling the Sources of Output Growth in a Panel of Countries*, „Journal of Business and Economic Statistics”, vol. 18, <https://doi.org/10.1080/07350015.2000.10524871>.
- Kumbhakar S., Lovell C. (2000), *Stochastic Frontier Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge.

- Osiewalski J. (2001), *Ekonometria bayesowska w zastosowaniach*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Osiewalski J., Osiewalska A. (2004), *Measuring Cost Efficiency of Public and Academic Libraries in Poland – a Methodological Perspective and Empirical Experience*, Proceedings of the IATUL Conferences, Purdue e-Pubs, <http://docs.lib.purdue.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1678&context=iatul> (data dostępu: 2.09.2020).
- Polcyn J. (2014), *Efektywność kształcenia w liceach ogólnokształcących na tle powiatów województwa wielkopolskiego z zastosowaniem analizy DEA* (w: *Rozwój regionalny i jego determinanty*, red. D.J. Mierzejewski, J. Polcyn, Wydawnictwo PWSZ w Pile, Piła.
- Polcyn J. (2016), *Szkolna polityka kadrowa polskich gmin a wyniki egzaminacyjne*, „Zarządzanie Zasobami Ludzkimi”, nr 2.
- Prędko A. (2016), *Modelowanie zmienności danych w ramach metody DEA*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Rappe A., Żółtak T. (2014), *Maturalne wskaźniki edukacyjnej wartości dodanej. Metoda, narzędzia, interpretacje*, <http://ewd.edu.pl/wp-content/uploads/2014/03/broszura-2.pdf> (data dostępu: 2.09.2020).
- Wang C.N., Lin H.S., Hsu H.P., Le V.T., Lin T.F. (2016), *Applying Data Envelopment Analysis and Grey Model for the Productivity Evaluation of Vietnamese Agroforestry Industry*, „Sustainability”, vol. 8, <https://doi.org/10.3390/su8111139>.
- Witte K., López-Torres L. (2017), *Efficiency in Education: A Review of Literature and a Way Forward*, „Journal of the Operational Research Society”, vol. 68, <https://doi.org/10.1057/jors.2015.92>.
- Wolszczak-Derlacz J. (2013), *Efektywność naukowa, dydaktyczna i wdrożeniowa publicznych szkół wyższych w Polsce – analiza nieparametryczna*, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk.
- Worthington A. (2001), *An Empirical Survey of Frontier Efficiency Measurement Techniques in Education*, „Education Economics”, vol. 9, nr 3, <https://doi.org/10.1080/09645290110086126>.

## **The Educational Efficiency of High Schools in Małopolskie Voivodeship – A Comparative Analysis**

(Abstract)

*Objective:* In the article the authors model and measure the educational efficiency of high schools in Małopolskie Voivodeship, which are treated as microeconomic production units.

*Research Design & Methods:* Two alternative methods of assessment are presented for the proposed educational efficiency measure. In the first, based on the Cobb-Douglas production function, efficiency is modelled using a one-sided random term. The parameters of this model and the efficiency measure are estimated using the corrected ordinary least squares (COLS) method. In the second approach – Data Envelopment Analysis (DEA) – efficiency is determined using the optimal value of the objective function of an appropriate linear program. The variables used for the study and the set of data are described.

*Findings:* The results for 34 high schools, obtained using both methods, are moderately similar, but diverge radically from the ranking based on the Educational Value Added (EVA) index used by the Central Examination Board (CEB).

*Implications/Recommendations:* The high schools that lead the press rankings in Małopolskie Voivodeship are not the most efficient institutions in the microeconomic terms. Moreover, the most efficient high schools are located in smaller cities (not in Cracow).

*Contribution:* A new measure of EVA, rooted in the microeconomic approach to schools as production units, is presented and empirically applied. This measure significantly differs from the EVA index used by CEB; in the authors' opinion, it is clearer and easier to interpret; the efficiency measure based on it makes it possible to rank schools objectively.

**Keywords:** efficiency, education, production function, COLS, DEA.